



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Planificación *ex - ante* del uso de la tierra con programación multiobjetivo, en un agroecosistema de cultivos y ganadería bovina en el Valle del Cauca, Colombia

MARIA LIGIA CASAS MORENO

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Agropecuarias
Palmira, Colombia

2018

Planificación *ex - ante* del uso de la tierra con programación multiobjetivo, en un agroecosistema de cultivos y ganadería bovina en el Valle del Cauca, Colombia

MARÍA LIGIA CASAS MORENO

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título
de:

Magíster en Ciencias Agrarias

Director (a):

M.Sc. Luis Miguel Ramírez Nader

Línea de Investigación:

Producción animal tropical

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Agropecuarias
Palmira, Colombia

2018

Dedicatoria

Gracias al Señor por guiarme y darme fortaleza en los momentos en que desfallecía y en los que no encontraba salida para mis obstáculos durante la maestría y especialmente en el desarrollo de mi tesis, por permitirme lograr la culminación de este sueño.

A la memoria de mis padres Susana Moreno y Carlos Casas, por todos los valores que cimentaron en mí, por su apoyo permanente, por sus luchas y sacrificios por sacar adelante nuestra familia, siendo siempre ejemplo a seguir.

A mis hermanos y sobrinos por ser apoyo permanente durante el desarrollo de todo este proceso académico y comprenderme en los momentos de ausencia para compartir.

Agradecimientos

Al profesor Miguel Ramírez Nader, por su permanente apoyo, por su confianza en mis capacidades y tesón para la culminación de esta investigación.

Al ingeniero Mario José Basallo Triana, por su asesoría en la parte matemática y de Software.

A todos los profesores de la Universidad Nacional que contribuyeron con sus conocimientos a mi formación.

Al Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA), por su apoyo económico y disponer del tiempo para lograr culminar mis estudios.

A Héctor Fabio Espinoza Tilmans, por su colaboración para poder cuadrar los tiempos y cumplir con mi trabajo y con mis estudios.

A Julio Castro y su familia por su colaboración con los datos de las producciones de la Hacienda Brasilia y recibirme en su empresa, para poder desarrollar esta tesis.

A la Universidad Nacional sede Palmira, por abrirme de nuevo sus puertas para realizar los estudios de maestría y de la cual estaré siempre orgullosa y agradecida.

A mi compañera Gyna Gysela Acosta, por su permanente colaboración durante este periodo académico y por su sincera amistad.

VII Planificación *ex - ante* del uso de la tierra con programación multiobjetivo, en un
I agroecosistema de cultivos y ganadería bovina en el Valle del Cauca, Colombia

Resumen

La planificación *ex-ante* empleando la modelación matemática es una herramienta muy útil que permite obtener una representación lo más cercana a la realidad mediante la evaluación de distintas variables y predecir los resultados económicos de una empresa. En el sector agropecuario los empresarios consideran que se presentan diversidad de objetivos y conflictos. Por esta razón, se realizó un análisis empleando la Programación Lineal Multiobjetivo en la Hacienda Brasilia ubicada en el municipio del Cerrito, Valle del Cauca, con el fin de realizar la distribución de un terreno para asignar a cada porción una actividad agropecuaria de acuerdo a las metas del productor (cultivo de caña de azúcar, cultivo de uva Isabella, cultivo de maracuyá, y producción ganadera). Para tal fin se consideraron como funciones objetivo la maximización margen bruto total anual, la minimización del riesgo económico predial, y la optimización de la mano de obra. Se realizó recolección de datos con base en los registros de la hacienda desde el año 2010-2016. La implementación del problema en computador se realizó usando el software Matlab, y se usó el método de restricciones ϵ modificado para analizar simultáneamente todos los objetivos. El análisis reveló que no es posible optimizar las funciones objetivo simultáneamente puesto que estas son contradictorias entre sí. Se encontró que los cultivos más determinantes son la caña de azúcar y la uva Isabella puesto que, el primero de ellos tiende a abarcar grandes extensiones de tierra, mientras que el segundo es intensivo en términos de mano de obra y capital. Posteriores análisis revelaron que, si se quiere hacer énfasis en margen bruto, debería incrementarse las hectáreas cultivadas de caña de azúcar y uva Isabella, trayendo consigo esto un incremento en el riesgo predial. Por otro lado, si se quiere mejorar la utilización de la mano de obra es necesario enfatizarse en el cultivo de caña de azúcar y la ganadería, trayendo consigo un incremento en el riesgo económico predial. En cuanto a los puntos de operación históricos del propietario no se pueden considerar como soluciones fronteras eficientes, sin embargo, los puntos de operación históricos parecen estar relativamente cerca de las soluciones de frontera eficientes. El conjunto de soluciones eficientes parece generar un exceso en el consumo de horas de mano de obra, lo que indica al productor replantear correctamente las horas

de mano de obra disponibles. Un parámetro crítico para el problema es el capital disponible en este caso de estudio, pues una disminución del capital disponible puede generar soluciones no factibles reduciendo el número de soluciones eficientes.

Palabras clave: Método de restricciones ϵ modificado, tabla de pagos, óptimo de Pareto.

Abstract

Ex -ante planning using mathematical modeling is a very useful tool that allows obtaining a representation as close to reality by evaluating different variables and predicting the economic results of a company. In the agricultural sector, employers consider that there are a diversity of objectives and conflicts. For this reason, an analysis was carried out using Multiobjective Linear Programming at the Brasilia Farm located in the municipality of El Cerrito, Valle del Cauca, in order to distribute a plot of land to assign an agricultural activity to each portion according to the producer's goals (sugar cane cultivation, Isabella grape cultivation, passion fruit cultivation, and livestock production). To this end, the maximization of the total annual gross margin, the minimization of the real estate economic risk, and the optimization of the labor force were considered as objective functions. Data collection was performed based on the records of the farm from the year 2010-2016. The computer problem was implemented using the Matlab software, and the modified ϵ constraint method was used to simultaneously analyze all the targets. The analysis revealed that it is not possible to optimize the objective functions simultaneously since these are contradictory to each other. It was found that the most determinants crops are sugar cane and the Isabella grape, since the first one tends to cover large tracts of land, while the second is intensive in terms of labor and capital. Subsequent analyzes revealed that if you want to emphasize gross margin, you should increase the cultivated hectares of sugarcane and Isabella grapes, bringing with it an increase in property risk. On the other hand, if you want to improve the use of labor is necessary to emphasize the cultivation of sugar cane and livestock, bringing with it an increase in property economic risk. As for the owner's historical operating points, efficient frontier solutions can't be considered, however, historical operating points seem to be relatively close to efficient frontier solutions. The set of efficient solutions seems to generate an excess in the consumption of hours of labor, which indicates to the producer to correctly rethink the hours of labor available. A critical parameter for the problem is the capital available in this case study; since a decrease in available capital can generate solutions that are not feasible by reduce the number of efficient solutions.

Keywords: Restriction, method ϵ , modified, payment table, Pareto optimum.

Contenido

	Pág.
Contenido	XII
Pág.	XII
1. OBJETIVOS	22
1.1 Objetivo general.....	22
2. MARCO DE REFERENCIA	23
2.1 Importancia del sector agropecuario Colombiano	23
2.2 Generalidades de los agroecosistemas en estudio	25
2.2.1 Definición agroecosistema	25
2.2.2 Caña de azúcar (<i>Saccharum officinarum</i>).....	25
2.2.3 Uva Isabella (<i>Vitis labrusca</i>)	26
2.2.4 Cultivo del maracuyá (<i>Passiflora edulis</i>)	27
2.2.5 Ganadería de leche	27
2.3 Evaluación <i>ex - ante</i> en el sector agropecuario.....	29
2.4 Factores de riesgo agropecuario.....	30
2.5 Programación lineal clásica	31
2.5.1 Premisas de la programación lineal.....	32
2.5.2 Características básicas de los problemas de programación lineal	33
2.5.3 Ventajas de la programación lineal.....	34
2.5.4 Desventajas de la programación lineal	35
2.6 La Programación Lineal Multiobjetivo (PLMO)	35
2.6.1 Generación del conjunto eficiente.....	37
2.6.2 Ventajas y desventajas de cada método para obtener el conjunto de soluciones eficientes.	38
2.7 Conceptos de la PLMO con enfoque en el óptimo de Pareto	39
2.8 Aplicación e importancia de la PLMO en el sector agropecuario.....	43
2.8.1 Aplicaciones de la PL al sector agropecuario en Colombia	46
3. Materiales y métodos.....	48

3.1	Descripción inicial del caso de estudio	48
3.1.1	Localización De La Hacienda Brasilia	48
3.1.2	Breve reseña histórica de la Hacienda Brasilia	48
3.1.3	Condiciones Agroecológicas.....	50
3.1.4	Suelos	51
3.1.5	Disponibilidad de agua.....	52
3.1.6	Actividades productivas y distribución de áreas.....	52
3.1.7	Producción pecuaria	53
3.2	Técnicas de recolección y procesamiento de información para PLMO	57
3.3	Formulación de un modelo de programación lineal multiobjetivo (PLMO) empleado.....	59
3.3.1	Formulación de las funciones objetivo	59
3.3.2	Maximización del margen bruto	60
3.3.3	Minimización del riesgo económico predial	60
3.3.4	Optimización de la mano de obra contratada.....	61
3.3.5	Restricciones del sistema	62
3.4	Estrategia de solución	65
3.4.1	El método de restricciones épsilon.....	65
3.4.2	Selección del rango de valores ϵ_j	66
3.4.3	Modificación del método para garantizar soluciones eficientes	68
4.	Resultados y Discusión	69
4.1	Solución de funciones objetivo independientes	69
4.2	Búsqueda de soluciones eficientes	71
4.2.1	Frontera eficiente para pares de funciones objetivo.....	71
4.2.2	Puntos de operación históricos	74
4.2.3	Análisis de eficiencia para todas las funciones objetivo	75
4.3	Análisis de sensibilidad	78
5.	Conclusiones.....	82
6.	Recomendaciones.....	84

Lista de figuras

	Pág.
Figura 2-1. Frontera de Pareto de un problema de minimización	41
Figura 3-1. Municipio de Cerrito y localización de la hacienda Brasilia (Tomado de: Google maps, 2016).	49
Figura 3-2. Mapa de la Hacienda Brasilia escala 1: 250	55
Figura 4-1. Frontera de Pareto para las combinaciones de dos objetivos: margen bruto y el riesgo económico predial.....	73
Figura 4-2. Frontera de Pareto para las combinaciones de dos objetivos: margen bruto y uso de mano de obra.....	73
Figura 4-3. Frontera de Pareto para las combinaciones de dos objetivos: riesgo predial y uso de mano de obra.....	74
Figura 4-4. Líneas de contorno de la frontera eficiente para diferentes niveles de la función objetivo f_2	76
Figura 4-5. Líneas de contorno en tercera dimensión de la frontera eficiente para diferentes niveles de la función objetivo f_2	77

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 2-1. Posibles soluciones de acuerdo a los objetivos.....	42
Tabla 3-1. Condiciones agroecológicas de la Hacienda Brasilia	50
Tabla 3-2. Análisis de suelos de la Finca Brasilia.....	51
Tabla 3-3. Actividades productivas de la finca Brasilia	52
Tabla 3-4. Margen bruto por tipo de actividad [\$/ha-año].	57
Tabla 3-5 Horas hombre por año requeridas para procesar una hectárea según tipo de cultivo [\$/ha-año].....	58
Tabla 3-6 Otros datos relacionados.	58
Tabla 3-7 Capital de trabajo requerido para trabajar una hectárea de cada tipo de cultivo [\$/ha-año].....	58
Tabla 3-8. Método de pagos para la selección del rango de valores ϵ	67
Tabla 4-1 Solución del problema de optimización para las funciones objetivo independientes.....	70
Tabla 4-2 Tabla de pagos del problema multiobjetivo.	71
Tabla 4-3. Distribución histórica del terreno	75
Tabla 4-4. Una muestra de soluciones eficientes considerando simultáneamente las tres funciones objetivo. Las variables se enumeran de acuerdo al orden preestablecido de los cultivos.....	78
Tabla 4-5. Muestra de soluciones eficientes obtenidas al incrementar un 30 % las horas de mano de obra disponibles al año.	79
Tabla 4-6. Muestra de soluciones eficientes obtenidas al reducir el capital disponible en un 30 %, es decir, un escenario de escasez de recursos económicos.	80
Tabla 4-7. Muestra de soluciones eficientes obtenidas al reducir el terreno disponible en un 50 %, es decir, un escenario de escasez del recurso tierra.....	81

Lista de Símbolos y abreviaturas

Abreviaturas

Abreviatura	Término
ha	Hectáreas
<i>PLM</i>	Programación lineal multiobjetivo
<i>PL</i>	Programación Lineal
<i>SAP</i>	Sistemas agropecuarios de producción

Introducción

Los Sistemas Agropecuarios de Producción (SAP), resultan de la compleja interacción de gran número de componentes interdependientes en los agroecosistemas mixtos, donde el componente social está presente (Balbino, Porfírio-da-Silva, Kichel, Rosinha, & Costa, 2011; Kichel, Costa, Almeida, & Paulino, 2014).

En Colombia, al igual que sucede en otras regiones de Centroamérica y Latinoamérica los SAP, se han establecido y funcionan, con deficientes métodos de planificación para el uso de los recursos (URPA, 2013). Aunque este panorama ha ido cambiando favorablemente, la falencia en la adecuada planeación persiste, es así como las decisiones relacionadas con el empleo de las áreas de las tierras y de los tipos de actividades agropecuarias (cultivos y/o ganadería), no obedecen a estudios científicos y técnicos previos, por el contrario se toman como referencias, experiencias ajenas o propias, basadas en sus conocimientos y vivencias, donde la mayoría de las decisiones se toman porque se ha llegado a ellas por el método de “prueba y error”, a través del tiempo (CDIM-ESAP, 2017).

Para el gobierno nacional, a pesar de que el renglón agropecuario actualmente crece con mayor rapidez si se le compara con otros sectores productivos, presenta una grave falencia en la planificación. Se han creado planes decenales en salud y en educación, pero no se ha hecho ninguno para planificar el agro a largo plazo, por lo tanto es una necesidad que el sector agropecuario se convierta en uno de los motores de la economía (Fonseca, 2018).

No solo las potencialidades y las restricciones agroecológicas de los sistemas de producción y de las regiones donde se ubican, son importantes sino también los aspectos socio-económicos. Pasar desapercibido este aspecto, sería excluir del análisis las situaciones políticas, sociales, culturales, ambientales y económicas que enfrentan los sistemas agropecuarios, es decir la sustentabilidad del sistema productivo (Anghinoni *et al.*, 2012).

Por esta razón, la planificación de fincas realizada a corto o mediano plazo debe ser muy detallada, para obtener una mayor rentabilidad; debido a que los objetivos deben ser coherentes con los del territorio al que pertenecen, con la participación de los interesados o productores, con un enfoque de mejoramiento de las tecnologías, para adaptarse a las circunstancias cambiantes de la naturaleza biológica, de lo económico, social, uso del suelo, vocación agropecuaria, ambiental e institucional del entorno que lo rodea, buscando la sostenibilidad de los agroecosistemas (Corporacion PBA & ECOPETROL, 2012).

El productor agropecuario, como cualquier empresario de otro sector productivo, establece uno o varios objetivos, los cuales desea alcanzar mediante la realización de diversas actividades productivas (cultivos, ganadería, etc.) y la disposición de unos recursos limitados y de otras restricciones propias de su empresa (Seibane & Riachi, 2014).

Para la realización de una planificación es ideal que se incluyan aquellos factores que el productor desea contemplar. Una alternativa posible para lograr lo anterior, es recurrir a métodos como el de la Programación Lineal Multiobjetivo (PLMO), para conseguir ordenar las soluciones factibles al problema que se plantea, maximizando y/o minimizando las funciones objetivo y planteando las restricciones que las condicionan (Alvarado, 2011).

Aunado a lo anterior, está el desconocimiento de metodologías de planeación *ex - ante*, que son posibles de realizar mediante el uso de programas computacionales (software), de modelación y simulación, para la toma de decisiones con mayor rapidez, eficiencia y oportunidad para obtener las metas propuestas para el desarrollo de los SAP. En la planeación *ex - ante*, se contemplan las diferentes alternativas productivas, mediante un análisis financiero, económico, ambiental y social, se selecciona la que se convierte en el proyecto productivo (DNP, 2013).

Las restricciones del problema, se refieren a las limitaciones de recursos, que para el sector agropecuario serian de capital, tierra, mano de obra, agua, mercadeo entre otras. Al reemplazar las variables que satisfacen las restricciones, se obtiene el conjunto de soluciones factibles o alcanzables, transformándose en lo posible. Los recursos que formarán parte de las restricciones deben estar definidos y expresados en términos cuantitativos (Muñoz Alcaraz, 2016).

Para todo productor agropecuario, como sujeto decisor, el problema consiste en un “conjunto variado” de objetivos, con afinidad y/o incompatibilidad entre ellos, de los que no desea relevar ninguno de estos. Ante cualquier decisión, debe considerar sus resultados, que se expresan en una serie de funciones objetivo (Azuara, 2017).

Teniendo en cuenta lo expuesto, se puede afirmar que con los modelos para la planificación *ex-ante* de las actividades empresariales como la agropecuaria, se lograrían superar debilidades, ganando en precisión, si se analizan con la herramienta matemática de PLMO, maximizando o minimizando las funciones que debe considerar el productor, al momento de la toma de decisiones, para lograr alcanzar los objetivos y metas (Zunzunegui, 2017).

Con la anterior metodología, se pueden abordar por parte del sujeto decisor, simultáneamente varios objetivos, para las decisiones acerca de la planificación de los sistemas productivos de manera integral u holística, antes de seleccionar y desarrollar en la realidad las actividades productivas, permitiendo de esta forma predecir los efectos de éstos sobre la sostenibilidad de los agro ecosistemas, maximizar las utilidades o beneficio económico, minimizar el uso de recursos como la mano de obra, del agua para riego, del endeudamiento predial, entre otros (Pacheco & Contreras, 2008).

De acuerdo a las justificaciones anteriormente expuestas se propone plantear y resolver un modelo de PLMO, con el fin de realizar la planeación *ex – ante*, para la asignación de la distribución de las áreas de terreno para los agroecosistemas de cultivos y ganadería bovina de producción de leche.

1.OBJETIVOS

1.1 Objetivo general

Construir un modelo de PLM que permita realizar la planeación *ex – ante*, para la asignación de la distribución de las áreas de terreno para los agroecosistemas de cultivos y ganadería bovina para producción de leche en la Hacienda Brasília.

1.2 Objetivos específicos

- Formular el modelo de Programación Lineal Multiobjetivo (PLMO), indicando las funciones objetivo, metas y restricciones del mismo.
- Resolver el modelo de PLMO, mediante el uso de Software MATLAB.

2.MARCO DE REFERENCIA

2.1 Importancia del sector agropecuario Colombiano

En Colombia el sector agropecuario presenta una gran relevancia desde el punto de vista económico y social, en cuanto al empleo aporta más del 20% del total de nuestro territorio y aproximadamente el 50% del empleo rural. En cuanto al suministro de alimento, el aporte es esencial para la población urbana y rural, como fuente de materias primas para la agroindustria. Además, parte de la producción es exportada generando divisas, contribuyendo a mantener un superávit para este sector productivo al analizar su balanza comercial (Leibovich & Estrada, 2009). Sin embargo, los bajos niveles de crecimiento de las producciones agropecuarias se justifican por ser poco atractivo para la inversión. Es conveniente tener claro cuáles son las causas para esta situación, relacionados en el documento “cuellos de botella al crecimiento”, adaptados a este sector productivo (Hausmann, Rodrik, & Velasco, 2005).

Entre los “cuellos de botella” del sector agropecuario colombiano, tenemos: envejecimiento de los habitantes del campo, migración de los jóvenes a centros urbanos, incumplimiento de la legislación laboral lo cual repercute en salarios por debajo de lo legal, concentración de la propiedad de la tierra, haciendo que 2/3 partes los productores no la posean, altos costos de producción y bajos precios en el mercado, falta de financiación oportuna y justa, falta el servicio de seguros a producción, falta de planificación de producción y comercialización, falta tener una visión rural más actual acorde a los cambios internacionales (Lopez, 2014). A pesar de lo anterior, las expectativas de crecimiento para este sector en Colombia son positivas, y se soportan en: el ascenso en el requerimiento universal de alimentos que se interrelacionan con las características geo climáticas que garantizan el incremento permanente de los comodites agropecuarios; la transformación actual de este gremio, con un crecimiento mayor que otros sectores económicos y el aumento del aporte del presupuesto del gobierno central a este (FINAGRO, 2014).

En el ámbito mundial, Colombia presenta un potencial de expansión de su área agrícola sin afectar las reservas de bosque natural, según la FAO (2017), existen en el mundo 2.600 millones de hectáreas para explotar con nuevos cultivos y que no están siendo explotadas

de las cuales el 25% se encuentran en 7 países en desarrollo, entre los cuales se cuenta Colombia (DNP, 2010). De igual forma según la FAO este país se encuentra en el puesto 22 de los 223, de los cuales se evaluó la posibilidad de ampliar la frontera agrícola sin afectar sus reservas de bosque nativo (SAC y PROEXPORT, 2012) el Ministerio de Agricultura y Desarrollo Sostenible (MADR), estimó el área de expansión en 16,6 millones de hectáreas con vocación agrícola y silvo-agrícola (DNP, 2011).

“Para el año 2014, Colombia contaba con 5,3 millones de hectáreas cultivadas, con un potencial estimado de 21,8 millones de hectáreas con vocación de uso agrícola. De este potencial total, 1,2 millones de ha se encuentran en la Altillanura y de éstas, solo 80.167 Ha (menos del 3%) se encontraban cultivadas. El total de hectáreas con potencial de aprovechamiento agrícola, pecuario y forestal de la Altillanura se estima en 2,8 millones de ha, según cálculos de DNP- DDRS, basados en información del IGAC, IDEAM, INGEOMINAS, MADS, I A v H y CORPOICA” (CONPES, 2014).

Según la visión del DNP, y el aporte de la disponibilidad de paquetes tecnológicos de CORPOICA, apropiados para la Orinoquia Colombiana, se prevé que a 2024, podrá llegarse a 780 mil ha dedicadas a la producción agropecuaria, generando 313 mil empleos, con una producción de más de 1.322.000 toneladas. Los proyectos serían cultivos de arroz, caña, caucho, maíz, palma de aceite, soya, plantaciones forestales comerciales y ganadería (CONPES, 2014).

Colombia posee una climatología y una oferta importante de recursos hídricos y de biodiversidad, además por su ubicación geográfica, por lo que podría obtener producciones durante todo el año, con altos volúmenes de biomasa en menor tiempo. Los factores anteriores ubican al país en situación privilegiada para las producciones agropecuarias, aunadas a unas políticas de planificación adecuadas (FINAGRO, 2014).

Según la ANDI (asociación nacional de industriales), los cultivos promisorios para Colombia por su demanda y el precio potenciales son: piña, aguacate, papaya, fresa, tomate, zanahoria, sandía, cacao, mango y palma, con mayor énfasis en los tres últimos (El País, 2017). Para “Maria Milena Banguero, Secretaria de agricultura del Valle, además de los anteriores cultivos, después del banano, la uva y los cítricos, la principal especie promisorios es la piña, con 2000 ha, esta apuesta por las frutas se mantiene y se está

haciendo según el potencial de los municipios; la uva tiene uno de los mercados más dinámicos y debería estar dentro de las prioridades del Valle del Cauca” (El Pais, 2017).

2.2 Generalidades de los agroecosistemas en estudio

2.2.1 Definición agroecosistema

Los agroecosistemas o sistemas agropecuarios a diferencia de los ecosistemas naturales, son una interrelación entre situaciones sociales y económicas al interior y al exterior de estos, interactuando con procesos biológicos y ambientales; que pueden ubicarse a nivel del cultivo o forraje, que pueden incluir aspectos climáticos. La administración que se ejerce sobre este, representa la relación entre lo interno y lo externo a través del tiempo. Cuando el manejo contempla la tala y quema, en este caso la intervención externa tiende a reducirse en el periodo de rastreo, para el caso de considerarse el descanso del terreno (Praguer, Restrepo, Angel, Malagon, & Zamorano, 2002).

2.2.2 Caña de azúcar (*Saccharum officinarum*)

Colombia está incluida entre los 15 países mayores productores de caña de azúcar, estos agroecosistemas se localizan en el valle geográfico del río Cauca, entre el norte del departamento del Cauca, franja central Valle Cauca y sur de Risaralda, con un área de 225.650 hectáreas sembradas, de estas 25% son tierras propias de los ingenios y el resto a los 2.750 cultivadores, que abastecen de caña a los 15 ingenios presentes en esta zona (Cabaña, Carmelita, Manuelita, María Luisa, Mayagüez, Pichichí, Risaralda, San Carlos, Tumaco, Ríopaila-Castilla, Incauca y Providencia). A partir del 2005 de estas empresas, 5 producen además alcohol carburante (Incauca, Manuelita, Providencia, Mayagüez y Risaralda). Teniendo unas condiciones agroclimáticas privilegiadas y con el resultado de las permanentes investigaciones de la caña (Cenicaña) cuyo financiamiento se logra con el aporte de cultivadores e ingenios, esto ha llevado a ser líder mundial con una producción de 14 toneladas de azúcar por hectáreas por año (ASOCAÑA, 2017).

Para el año 2017, se produjeron 2.233.831 toneladas de azúcar, esto como producto de las 24.380.593 toneladas de caña molida, de esta producción se exportaron 702.764 toneladas de azúcar con destino a Chile, Islas del Caribe, Perú, Estados Unidos, Haití,

México y Bolivia el 66% del total. El resto del azúcar se exportó hacia múltiples destinos alrededor del mundo. Además, se obtuvo una producción de alcohol carburante de 336.753 litros y de melaza de 2017.947 ton, de esta última se exportaron 28.848 ton (ASOCAÑA, 2017).

En cuanto a la generación de empleos en año 2017 estuvo en 265.000, considerando el sector primario y secundario; según un estudio de Fedesarrollo, por cada uno de estos se generan 28.4 en otros sectores productivos, contribuyendo a mejorar la calidad de vida de la población. Además, este sector apoya las comunidades con programas educativos en básica y media, programas de formación técnica y tecnológica en alianza con el SENA y de la Universidad Autónoma (ASOCAÑA, 2017).

Sus acciones en este aspecto se dirigen a la conservación del recurso hídrico liderando la creación del Fondo del Agua por la Vida y la Sostenibilidad, sus actividades se extienden a 17 cuencas hidrográficas presentes en 26 municipios del Valle del Cauca, restaurando las cuencas más afectadas ambientalmente y fortalecimiento de las comunidades asentadas en estos territorios en la parte alta, mediante proyectos productivos (ASOCAÑA, 2017).

2.2.3 Uva Isabella (*Vitis labrusca*)

La uva Isabella que se produce en el Valle del Cauca se localiza en los municipios de Ginebra, Guacarí y Cerrito, la producción se destina para consumo en fresco, mermeladas, jugos y vinos artesanales (ICA, 2012).

En Colombia anualmente se producen 30.000 toneladas de uva Isabela, de esta el 85% es aportada por el Valle del Cauca, con 86.9% (620 ha) del área sembrada respecto a la del país, las producciones por hectárea por año son en promedio 25 a 30 toneladas (Guzman, 2016).

El brandy es otro producto que se fabrica de la uva y con potencial exportador según Daniel Picciotto de la empresa Casa Domecq localizada en la ciudad de Cali, quienes han sembrado un piloto de 5 hectáreas en el corregimiento de Santa Elena en el municipio de Cerrito Valle, buscando demostrar a los productores de la zona la necesidad de tecnificar para ello un ingeniero agrónomo procedente de Chile, será el encargado de la instalación del cultivo y la planificación de la producción, buscando suplir la demanda que es de 1500

toneladas por año (El Tiempo, 2016). El potencial de cultivo de la uva para el Valle está cimentado en las características edafoclimáticas, apoyada por el ministerio de agricultura y el ICA que autorizaron la importación de 100.000 plántulas de uva sin semilla y de la tecnología que permitirán el buen desempeño de esta especie, las cuales ocuparán unas 75 hectáreas sumando así 1.400 a nivel nacional, la mayoría asentadas en el Valle del Cauca; con demanda potencial a nivel nacional e internacional, con estos cultivos se incrementará la demanda de mano de obra y el desarrollo de otras industrias como el hotelaría en torno a estas plantaciones (Prado, 2016).

2.2.4 Cultivo del maracuyá (*Passiflora edulis*)

El Maracuyá es un frutal originario de Brasil, que se adapta desde los 300 metros sobre el nivel del mar hasta los 1.300, con un rango de temperatura entre 20 – 30 grados centígrados, es una planta que crece en forma de enredadera, se siembra por semilla en vivero y se trasplanta cuando tiene el primer zarcillo y una altura de 40 centímetros, la distancia es de 4 metros entre plantas y 4 entre surcos, para una densidad de 625 plantas por hectárea, en espaldera de alambre (ICA, 2011).

En Colombia existían 6.120 has en 2017 siendo el mayor productor el departamento de Huila con 1.419 hectáreas, para una producción 21.285 toneladas y un promedio por hectárea de 15 toneladas. Seguido por meta con 873 hectáreas, con producción de 21.301 toneladas, y en tercer lugar Valle del Cauca con 735 hectáreas con una producción de 13.891 toneladas. A nivel mundial Colombia ocupa el tercer lugar con el 12% de la producción, después de Brasil 70% y Ecuador con 13% (Gobernación de Antioquia, 2014).

2.2.5 Ganadería de leche

“El sector lácteo participa en el PIB Nacional con alrededor del 0,83%, así mismo con un 9,1% del PIB del sector agropecuario, y con un 24,3% del PIB pecuario, representando cerca de 395.000 productores en el territorio nacional y la producción manufacturera de lácteos participa un 3,5% en el PIB Industrial” (MADR, 2017).

En cuanto al inventario ganadero lechero según encuesta agropecuaria del Dane 2014, el total de cabezas 20.944.801 (60.9% hembras y 39.1% machos), al realizar el análisis por sexos y categorías se encontró que para los machos menores de 12 meses es de 9.5%, en la categoría de 12 a 23 meses el porcentaje es de 13.7% y de 24 – 36 meses 11.5%; en cuanto a las hembras el mayor número de cabezas se encuentra en la categoría mayores de 36 meses con 21.8%, para la edad de 24 a 36 meses es 12.4%, en la edad de 18 a 23 meses 9.1% y en la categoría menores de 12 meses 10.1%. En cuanto al tamaño del hato el 81% corresponden a menores de 50 cabezas. (DANE – ENA 2014).

Para el año 2014, la producción total de leche fue 17.554.680 litros, con un total de 2.801.063 vacas en ordeño, para un promedio de 6,27 litros vaca por día, procedentes de 22 departamentos, de estos se destacan el departamento de Cundinamarca con promedio de producción por vaca por día con 15.66 litros, seguido de Antioquia con 11.35 litros, Nariño 8.65 litros y Boyacá 6.48 litros; respecto al inventario total de cabezas ganado del país el 6% corresponde a la lechería (DANE & ENA, 2014).

En cuanto el uso del suelo para la producción bovina corresponde al 80% (30.362.366 ha) del total de producción agropecuaria, 20.336.865 ha en pastos y forrajes, malezas y rastrojos 7.048.951 ha, 2.974.091 ha en sabanas, paramos y xerofítica (DANE & ENA, 2014).

En cuanto a la generación de empleo directo el sector lácteo contribuye con 717.434, de los cuales la ganadería doble propósito aporta el 68% y la lechería especializada el 32% (DANE & ENA, 2014).

Mediante el proyecto de ganadería sostenible se busca una empresa rentable y amigable con el medio ambiente, se incorporan diversos arboles aportantes al sistema ganadero (sistemas silvopastoriles), los cuales ayudan a mitigar los efectos del cambio climático, al reducir la temperatura, conservación de bosques naturales, mejorar la diversidad biológica, conservación del suelo, evitando la erosión e incrementando la macrofauna, permiten que el animal pueda tener el confort para el consumo de forraje en horas de mayor temperatura, utilizando hasta 50% de su tiempo para el consumo. Los participantes en el proyecto pueden tener acceso al pago por servicios ambientales (PSA) (FEDEGAN, 2018).

2.3 Evaluación *ex - ante* en el sector agropecuario

La planeación *ex - ante* “Es la determinación o estimación de necesidades de evaluación aplicada en la “fase *ex - ante*” del ciclo de evaluación, que incluye estudios de factibilidad, identificación de los objetivos del proyecto y todas aquellas funciones realizadas antes de comenzar (MMA & A, 2014).

En la valoración preliminar de un proyecto se pretende cuantificar, de la forma más relevante y equitativa probable, la efectividad, eficiencia, efecto, conveniencia y factibilidad de la permanencia potencial de las prácticas y resultados esperados de un proyecto, según los objetivos propuestos, logrando prever el éxito o fracaso de las futuras producciones, suministrando la información pertinente al agente decisor de la inversión (MMA & A, 2014).

La toma de decisiones es una situación que el hombre siempre ha tenido que enfrentar desde los albores de la humanidad, esta práctica es tan antigua como el ser humano, con la particularidad que las decisiones a resolver en los diferentes ámbitos de la vida, son cada vez más complejas y plurales. Este concepto ha recibido innumerables contribuciones durante su evolución a través de la historia, lo que ha hecho que la teoría de la decisión se haya consolidado como una disciplina científica (Fernández & Escribano, 2014).

En la toma de decisiones se selecciona la mejor opción, entre muchas alternativas de análisis, tanto en el sector empresarial, como en la vida cotidiana, con las cuales se busca resolver situaciones en conflicto, que pueden ser positivas y que también implican riesgos (FUNDESYRAM, 2011).

El diseño de alternativas tecnológicas para el desarrollo de los objetivos, que se fija el productor agropecuario buscando anticipar los resultados de estas, se denomina evaluación *ex - ante*, con la que se propone lograr los objetivos de producción, contribuyendo con la sostenibilidad, equidad y competitividad de los agroecosistemas. Teniendo en cuenta la complejidad de este tipo de evaluación, se requiere la construcción de modelos de simulación para el estudio del sistema productivo, desde el punto de vista físico, biológico, económico, social y energético (Pérez, 2008).

La evaluación *ex - ante* puede emplear modelos de simulación para predecir el efecto de determinadas prácticas agrícolas como, por ejemplo, la disminución de la erosión y el impacto sobre la producción de los cultivos, los efectos de la sedimentación de los

embalses, aumento de riesgos de inundaciones, disminución del agua disponible para riego etc. (Barros, 2016)

2.4 Factores de riesgo agropecuario

El riesgo es la incertidumbre, a factores que pueden conducir a un daño o a una pérdida; son las condiciones de vulnerabilidad y amenaza de diferente índole, cuando una actividad puede traer consecuencias negativas, se dice que esa actividad posee un riesgo asociado, que debe ser previstas mediante la aplicación de tecnologías que reduzcan el impacto de estas (Murillo, 2017).

El concepto de riesgo en el agro, se asocia generalmente con el riesgo climático, más precisamente con la posibilidad de pérdidas físicas derivadas de estos fenómenos adversos que generan mermas en los parámetros producidos ya sea por sequías generadas por las temperaturas extremas, excesos de lluvias, inundaciones, vientos fuertes, tormentas tropicales, heladas, granizo, también se asocia el riesgo con eventos biológicos, tales como plagas, enfermedades y otras afectaciones, que se disparan por efectos de los cambios climáticos (FAO, 2014).

La empresa agropecuaria se distingue por la incertidumbre en la producción o riesgo productivo. Contrario a lo que sucede en otros sectores productivos, el empresario agropecuario, no logra anticipar acertadamente cuáles serán sus resultados productivos, debido a condiciones climáticas, plagas, enfermedades, factores biológicos, etc. Aunque existe una relación directa entre el manejo y los recursos empleados para lograr los mejores rendimientos, los factores antes mencionados hacen que la productividad sea muy variable e incierta a través de los años (Estupiñán, 2017).

Otro factor de riesgo que el productor agropecuario debe afrontar al momento de la comercialización, son los precios variables del mercado, que determinan los resultados económicos de su sistema productivo (Banco Agrario de Colombia, 2015).

Según la CEPAL (2013), “Además de las amenazas climáticas, los productores agropecuarios están expuestos a otras de diversa índole, como las de origen antropogénico (incendios, contaminación e inundaciones provocados por el ser humano), económicos (volatilidad y variabilidad de los precios) y financieros (fluctuaciones cambiarias y de las tasas de interés)”. De igual manera, puede verse afectado por variables macroeconómicas externas, como precios internacionales de los productos que requiere para la administración de la producción, los cambios en las tasas de interés y los efectos cambiarios. Otros riesgos a tener en cuenta son la inadecuada aplicación de la tecnología, riesgos legales y de recursos humanos (Núñez & Aspitia, 2013).

2.5 Programación lineal clásica

Se considera a George Bernard Dantzig, físico, matemático y profesor universitario norteamericano, hijo del también matemático ruso Tobías Dantzig, como el padre de la programación lineal; aun siendo estudiante logró avances significativos en este tema, trabajando para la fuerza aérea de Estados Unidos. En el año 1947 presenta su primer trabajo de programación lineal y propone el método simplex para resolverlo, dedicado a la planificación y programación militar (Alvarado, 2011). Desde entonces se ha empleado esta metodología en los diferentes sectores productivos.

La programación lineal es una rama de las matemáticas aplicada a los problemas de la vida cotidiana, utilizada para la toma de decisiones, con la que se busca obtener respuestas para maximizar o minimizar el uso de recursos reducidos para ser invertidos de manera eficiente en las actividades empresariales y obtener los mejores resultados (Jimenez, 2010). Para ello debemos disponer de varias alternativas de solución, una función objetivo, una serie de restricciones y una matriz de coeficientes técnicos. Recibe el nombre de programación lineal clásica porque en sus inicios solo contemplaba una función objetivo (Ruz, 2018).

Para resolver un problema de programación lineal existen varios métodos tales como: el gráfico, algebraico y el simplex con este se pueden resolver problemas con más de tres ecuaciones simultáneas (Soler, 2013).

Este último método es un proceso matemático (algoritmo) que utiliza la suma, resta, división y multiplicación en un singular método continuo para resolver problemas, hoy se utilizan las computadoras, también para realizar los análisis post-óptimos o de sensibilidad del modelo analizado (Mateo & Lahoz, 2009).

Según Hurtado (1999) la expresión matemática para el método simplex:

$$\text{Max } Z = c' x$$

Sujeto a:

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

Donde:

Z = Función objetivo

A = Matriz de coeficientes técnicos

b = Restricciones

c = Coeficientes de la función objetivo

x = Variables o alternativas de solución (no negativo)

2.5.1 Premisas de la programación lineal

- **Aditividad:** Por ejemplo, para obtener una producción de un cultivo se requieren una cantidad de agroquímicos, horas hombre, litros de agua, área de terreno, si se proyecta duplicar la producción, se requiere utilizar 2 veces los insumos, la mano de obra, volumen de riego y la tierra (Alvarado Boirivant, 2009).
- **Proporcionalidad:** Supuesto que indica que el cambio del valor de uno de los símbolos o variables (recursos para producción) de la función objetivo, es proporcional al valor de la actividad, ambas deben ser lineales. Lo anterior nos lleva a pensar que los rendimientos son constantes (tanto los crecientes como los decrecientes), pero en el sector agropecuario esto no es real por tratarse de procesos biológicos. Por ejemplo: la aplicación de nitrógeno para un cultivo, el

primer kilogramo puede aumentar la producción en 600 gramos, el segundo 450 gramos, el tercero 350 gramos de producto, siendo un rendimiento decreciente y no se presenta proporcionalidad entre el producto y la cantidad de fertilizante utilizado (Getán & Boj, 2014).

- **No negatividad:** “El resultado de cada una de las variables de decisión en la solución óptima de ser positivo. Cuando se presentan variables negativas, éstas se deben expresar como la adición de variables positivas” (Jimenez, 2010).
- **Divisibilidad:** En programación lineal se considera que tanto los medios de producción como los insumos utilizados en la producción agropecuaria son divisibles, pero esto no es totalmente cierto, por ejemplo, un tractor, un equipo de ordeño, un lago, no son divisibles (Getán & Boj, 2014). Es decir, el resultado no necesariamente son números enteros, pudiendo tomar cualquier valor sea entero o fraccionario (Coronel & Araujo, 2004).
- **Determinismo:** La programación lineal parte de que tanto las materias primas como los productos, están determinados o son invariables. Asumiendo que precios y rendimientos de las producciones agrícolas en estudio no cambian en el tiempo. En la realidad no se tiene esa seguridad, por lo tanto, se requiere, predecir con alguna precisión la información empleados (Escobar & Rivas, 2013).
- **Certeza de datos:** Se presume la veracidad de la información empleada. “Las actividades incluidas en el modelo son todas las posibles y los datos utilizados son lo que se darán en la realidad” (Coronel & Araujo, 2004).

2.5.2 Características básicas de los problemas de programación lineal

- **Formulación del problema**

Según Martínez (2012) en términos matemáticos se define por:

- A) Las variables del problema: se denominan por el vector $x = (x_1, \dots, x_n)$, ejemplo el área de cada tipo de cultivo y la producción por unidad de superficie.
- B) Función objetivo: minimizar las horas hombre, para una actividad determinada.
- C) Restricciones: disponibilidad de capital, disponibilidad de área de terreno.

2.5.3 Ventajas de la programación lineal

Según Baltazar, 2011 entre las innumerables ventajas tenemos:

- El gerente tiene disponible un buen número de alternativas de solución y de análisis de consecuencias para selección de manera rápida.
- El administrador puede ser más objetivo en las decisiones, utilizando eficazmente los factores y la distribución adecuada.
- Es posible realizar los ajustes a las restricciones según los requerimientos de la empresa.
- Permite identificar los “cuellos de botella” en el estado base de la empresa.

2.5.4 Desventajas de la programación lineal

Este método presenta algunas limitaciones:

- No da pautas de posibles precios, se deben suministrar.
- No calcula la correspondencia entre materias primas y el producto, debe partirse de cifras conocidas.
- No resuelve escenarios de riesgo, se basa en el supuesto de la certeza de la información (Baltazar, 2011).

2.6 La Programación Lineal Multiobjetivo (PLMO)

“La programación multiobjetivo es una parte de la programación matemática que se encarga de problemas de decisión con múltiples funciones objetivo que deben ser optimizadas sobre un conjunto factible de soluciones” (Toskano, 2005).

El desarrollo de la Programación Lineal Multiobjetivo (PLMO), se ha logrado mediante diversas investigaciones en los últimos 50 años, los mayores avances se han presentado en la década de los años 70 y 80 (Pliego Martínez, 2012).

Koopmans (1951) introdujo el concepto de Programación Lineal Multiobjetivo para la resolución de los problemas con más de un objetivo. En este mismo año Kuhn y Tucker aportaron el problema de maximización de vectores (Pliego Martínez, 2012).

Los referentes del uso de la programación lineal en los problemas agrícolas, indican que los primeros intentos presentaron pocos resultados válidos e iniciaron en la década de los años 50 (Coronel & Araujo, 2004). El primer intento en este campo, fue realizado por

Jerome Cornfield en 1941, quien trataba de balancear raciones para los animales a costo mínimo y llenando los requerimientos nutricionales de estos (Frank, 2001).

Posteriormente con las sucesivas mejoras a este método matemático, el desarrollo de los sistemas de cómputo y de las rutinas prácticas del cálculo, esta herramienta se convirtió un instrumento eficaz para planificar una empresa agropecuaria (Alvarado, 2011).

Esta herramienta proporciona métodos útiles y eficientes para la toma de decisiones sobre problemas que incluyen diversidad de objetivos; los cuales hay que evaluar de manera conjunta, ya que no es posible obtener la mejor u óptima alternativa, que dará respuesta a todos los objetivos que el decisor se ha fijado, para la planeación *ex - ante* de la empresa agropecuaria (Pliego, 2012).

Como una característica fundamental de las metodologías multicriterio se tiene la pluralidad de elementos que se pueden combinar en el desarrollo de la evaluación de un proyecto (Arancibia, Contreras, Mella, Torres, & Villablanca, 2005).

Los problemas que tienen más de un objetivo programado se les aplica la PLMO, para resolverlos, se debe formular el modelo de tal manera que incluya las variables de decisión que den respuesta a las restricciones que el sistema productivo genera y que el decisor, debe lograr optimizar al encontrar los vectores o rango de funciones, que corresponda a los objetivos del problema a resolver. Además del conjunto de soluciones eficientes, las funciones objetivo constituyen un espacio multidimensional, llamado “espacio objetivo”, donde se encuentra el conjunto de soluciones eficientes para resolver el problema propuesto, de las cuales quien toma las decisiones debe elegir (Pliego, 2012).

Las técnicas de PLMO, o técnicas de optimización vectorial, deben resolver problemas que optimicen simultáneamente varios objetivos lineales, por lo tanto, no es posible definir un óptimo para varios objetivos en conflicto. La programación multiobjetivo, trata de encontrar un conjunto de soluciones eficientes no dominadas llamadas óptimos de Pareto (Reyes & Oslund, 2014).

De forma general, el modelo de programación multiobjetivo (PLMO) es el siguiente:

$$\text{Eff } z(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)),$$

Sujeto a: $x \in S$.

Donde Eff significa la búsqueda de soluciones eficientes en el conjunto a optimizar; $f_i(x)$ es la i -ésima función objetivo, se tienen en total k funciones objetivos; y S es el conjunto de soluciones factibles.

2.6.1 Generación del conjunto eficiente

Existen varios enfoques para generar el conjunto eficiente, estos son:

- **Método de las ponderaciones:** este método se caracteriza porque se combinan todos los objetivos en una función única. Con este propósito, se asocia un peso o coeficiente de ponderación a cada uno de los objetivos, procediéndose después a agregar todos los objetivos, cumpliendo con las restricciones del problema, para luego, variando paramétricamente los valores de los coeficientes de ponderación, conseguir generar el conjunto eficiente. De acuerdo con esto, el problema para dos objetivos, por ejemplo, vendrá dado por la siguiente ecuación (Jiménez, 2009).

Función objetivo general:

$$\text{Eff } f(x) = (f_1(x), f_2(x))$$

Función objetivo en particular

$$f(w_1, w_2) = w_1 f_1(x) + w_2 f_2(x),$$

Sujeto a $x \in f$.

Dónde:

w_1 y w_2 = constituyen las ponderaciones que se le asignan a cada objetivo

S = es el conjunto de soluciones factibles.

- **Método de las restricciones:** Consiste en elegir un objetivo (función objetivo), del total de ellos y proceder a su optimización, e incluir los demás dentro del conjunto como restricciones. Por medio de variaciones paramétricas de los términos independientes de los objetivos incluidos como restricciones, se va generando el conjunto eficiente; para resolver este tipo de problemas se puede utilizar el software de programación lineal (Jiménez, 2009). Para el caso de 2 objetivos, se formula así:

Función objetivo general

$$\text{Eff } f(x) = (f_1(x), f_2(x)),$$

Función objetivo del método en particular:

$$\text{Optimizar } f_1(x),$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a } f_2(x) &\geq L, \\ x &\in S. \end{aligned}$$

Donde L: término independiente del objetivo incluido como restricciones. Los valores extremos de L se obtienen generalmente maximizando y minimizando $f_2(x)$, sujeto a las restricciones del modelo (Maino, Pittet, & Kobrich, 1993).

- **Método simplex multiobjetivo:** “Consiste en la utilización de un algoritmo para optimizar el valor de la función objetivo, teniendo en cuenta las restricciones planteadas, el procedimiento es iterativo, pues mejora los resultados de la función objetivo en cada etapa hasta alcanzar la solución buscada” (Alvarado Boirivant, 2011).

2.6.2 Ventajas y desventajas de cada método para obtener el conjunto de soluciones eficientes.

Al comparar el método de restricciones con el de ponderaciones, se prefiere el primero, por no tener la exigencia de la convexidad en el espacio de los objetivos, aunque para ambos se generan un conjunto de soluciones no exactas, para el caso de restricciones no existe una solución única, sino que se genera un conjunto del cual el agente decisor podrá elegir (Soler, 2013).

Sin embargo, el método simplex multiobjetivo es más confiable porque entrega una exacta representación del conjunto eficiente, el inconveniente es la disponibilidad del software apropiado. “Por ello, la principal ventaja de la PLMO como método de planificación no es tanto la conducción a un plan esquemático y sencillo, sino la consecución de un método para analizar una variedad de decisiones alternativas” (Alvarado, 2011).

La PLMO, actualmente es un método matemático de uso común con el cual muchas empresas y organizaciones en el mundo han ahorrado grandes cantidades de dinero; siendo considerada como uno de los avances científicos más extraordinarios, desarrollados a mediados del siglo XX” (Alvarado, 2011).

2.7 Conceptos de la PLMO con enfoque en el óptimo de Pareto

Para comprender los diferentes enfoques de la PLMO, es necesario conocer los siguientes conceptos que la representan:

- **Alternativas:** conjunto de soluciones posibles para el decisor elegir (Toskano, 2005).
- **Atributo:** Son los valores a medir que se expresan mediante funciones matemáticas $f(x)$ de las diferentes variables de decisión, ejemplo, margen bruto, el riesgo, etc (Ramos, Sánchez, Ferrer, Barquín, & Linares, 2010).
- **Objetivo:** Define si el atributo (variables), se maximiza o minimiza, ejemplo maximizar el margen bruto (Ramos *et al.*, 2010).

- **Nivel de aspiración:** es el nivel en el cual se considera aceptable el logro de un atributo o variables (Eiselt & Sandblom, 2007).
- **Meta:** se refiere al valor al cual queremos llegar con un atributo o variable, estas toman la forma de $f(x)$ b, b representa esa cifra propuesta para alcanzar (Garcia, 2017).
- **Restricciones:** son las limitaciones que debe cumplir las soluciones probables del problema y determinan el conjunto de soluciones viables, ejemplo área máxima a cultivar de un terreno (Martin, 2017).
- **Criterios:** basado en los objetivos, según su jerarquía, sirve para seleccionar entre las alternativas y toma de decisiones, pudiéndose contrastar la eficiencia (Martin, 2017).
- **Óptimo de Pareto:** Para Otero (2005) es el punto de equilibrio y máximo bienestar de la sociedad, en el que ninguna integrante puede ganar sin que el otro pierda; mientras que, para Reyes & Oslund (2014) es el punto de estabilidad en el que ninguna de las partes involucradas pueda mejorar sin afectar la condición de cualquier otra.

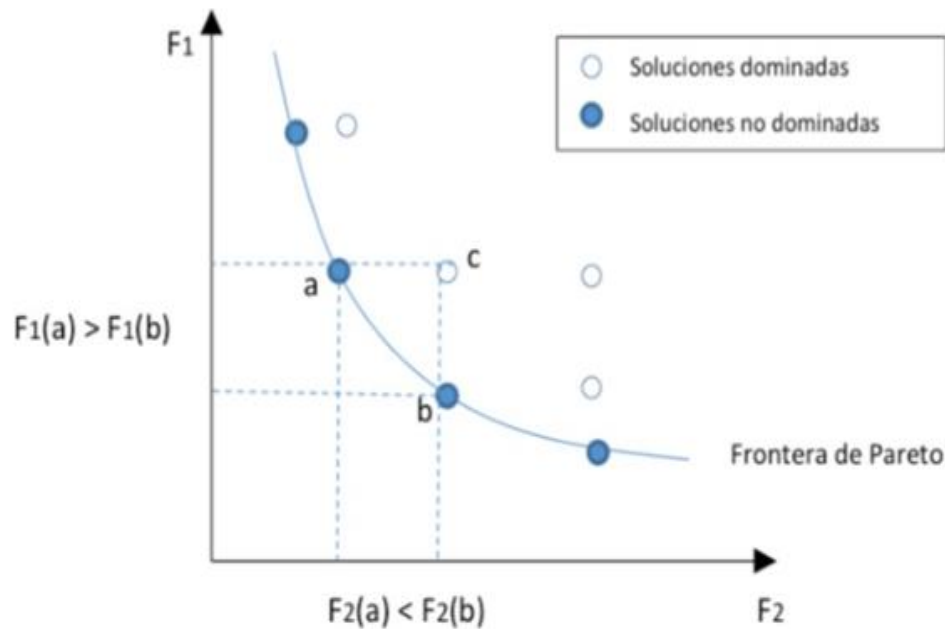
Para los problemas de optimización se debe tener en cuenta una medida de referencia que nos indique las bondades de las soluciones encontradas. Para un problema mono-objetivo, la solución es entregada por la función resuelta, lográndose un conjunto de soluciones ordenado, del cual se puede elegir fácilmente la alternativa, por ejemplo, para dos soluciones “*a*” y “*b*”, es claro definir si *a* es mejor que “*b*” o lo contrario, otra alternativa sería que fueran iguales.

Lo anterior no sucede para un problema multiobjetivo, al tenerse *n* número de funciones, de igual forma se obtienen *n* soluciones o vector *n*-dimensional, caso en el cual se utiliza el óptimo de Pareto (Lopez, 2013).

En la figura 2-1 se observa que “la solución “*a*” pertenece al conjunto de soluciones óptimas (o soluciones no dominadas) dado que no puede encontrarse una solución “*b*” tal

que mejore uno de los objetivos sin empeorar al menos uno de los otros. En este caso, la solución “c” es dominada por “a” y por “b” (Aranda Pinilla & Orjuela Castro, 2015).

Figura 2-1. Frontera de Pareto de un problema de minimización



Tomado de Aranda Pinilla & Orjuela Castro (2015)

De acuerdo a un ejemplo de planificación agropecuaria tomado de Maino *et al.*, (1993), el centro decisor tiene tres objetivos:

- 1) Maximizar el margen bruto (MB), 2) maximizar el empleo de mano de obra (MO) y 3) minimizar el endeudamiento (ED), existiendo las siguientes soluciones posibles (Tabla 2-1):

Tabla 2-1. Posibles soluciones de acuerdo a los objetivos

Solución	MB ^{2/}	MO ^{2/}	ED ^{1/}	
A	300	150	90	Eficiente
B	200	150	90	No eficiente
C	200	170	100	Eficiente

1/: Unidades monetarias (u.m)

2/: Horas hombre

Según la definición de eficiencia, se puede apreciar que la solución B no es eficiente, porque está dominada por la solución A. En efecto y aunque tanto para el caso del empleo como para el del endeudamiento ambas soluciones coinciden, el margen bruto dado por la solución A, es mayor que el dado por la solución B. Con esto, la solución B nunca será elegida por un centro decisor racional. Por el contrario, la solución C es eficiente pues no está dominada por la A, ya que a pesar de que en términos de margen bruto y endeudamiento es peor, en términos del empleo generado es mejor.

Intercambios (Trade-off): El concepto de soluciones eficientes o Pareto óptimas, nos conduce a otro concepto muy importante en la teoría de la decisión multiobjetivo: el valor de los intercambios entre dos objetivos. El intercambio entre dos objetivos, mide lo que se sacrifica de un objetivo, frente a una mejora unitaria de otro.

Así, si se tienen dos soluciones eficientes X1 y X2, el intercambio entre el j-esimo y el k-esimo criterio viene dado por:

$$T_{jk} = \frac{f_j(x_1) - f_j(x_2)}{f_k(x_1) - f_k(x_2)}$$

Dónde: $f_j(x_1)$ y $f_k(x_2)$ representan las dos funciones objetivos consideradas.

Siguiendo con el ejemplo, el valor del intercambio entre margen bruto y endeudamiento para las soluciones A y C es:

$$T_{AC} = \frac{300 - 200}{100 - 90} = 10.$$

El intercambio indica que cada unidad que disminuye el endeudamiento implica una disminución de 10 u.m. en el margen bruto. En otras palabras, el costo de oportunidad de una unidad de endeudamiento es 10 u.m. de margen bruto.

2.8 Aplicación e importancia de la PLMO en el sector agropecuario

Desde el nacimiento de la técnica de modelación matemática, ha estado vinculada al sector agropecuario, la primera aplicación comercial por Waugh, balanceando raciones para vacas lecheras, buscando llenar los requerimientos nutricionales a mínimo costo, la solución se realizó de forma gráfica y luego matemática, con este trabajo recibió una distinción de Best Journal Article en 1951. Swanson manifiesta en 1955 que con la computadora Illiac de la Universidad de Illinois, se había resuelto en menos de 10 minutos balanceo de raciones con 20 materias primas y 17 restricciones (Frank, George, & Dantzig, 2014).

En la planificación de la empresa agropecuaria en 1951, en el denominado “Simposio cero” se presentó un artículo de tipo conceptual, no caso real ni cualitativo, en él se explicaba sobre la aplicación de rotaciones de los cultivos. King (1953) presentó casos reales de la “activity analysis” (como se conoció en sus inicios la programación lineal), economía agraria.

Para 1954 en la reunión anual de economistas agrarios de los Estados Unidos, se presentó un trabajo denominado la programación lineal para no matemáticos un ejemplo práctico sobre un caso de una empresa agraria en Iowa, por el reconocido economista agrario Earl O. Heady (1916-1987), con el cual recomendaba que al realizar estudios a gran escala se debía recurrir a la Programación Lineal (Heady, 1954).

La aplicación de la programación lineal (PL) en el sector agropecuario se extendió rápidamente, el primer curso sobre este tema fue orientado por Dantzig en 1950, se destaca que estos estudios son documentos científicos escritos por matemáticos, que aun en estado de teoría fueron aplicados por los anteriores miembros del sector agrario. Es inconcebible que quienes tienen a cargo la alta dirección del sector agropecuario en nuestros países no recurran al uso de esta ciencia para las grandes planificaciones y se queden solo a nivel de investigación (Frank, *et al.*, 2014).

Para el año de 1960 se realizó una encuesta sobre el uso de la programación lineal en los Estados Unidos en 47 estados de economía agraria de “land grant colleges” (universidades agropecuarias), este estudio demostró que el 87% es usada en investigación, 30% en extensión, 26% en cursos específicos sobre este tema, 66% en otros cursos, lo cual demostró, que la programación lineal se usa principalmente en administración rural (Eisgruber & Reisch, 1961).

Swanson (1961), manifestó que para esta época el uso de la programación lineal, era muy poco en la planificación de las empresas agropecuarias y solo se aplicaba a unas pocas de gran tamaño, lo contrario ocurrió en el uso en el balanceo de raciones para animales que ya se había generalizado. Además de la planificación de fincas y el balanceo de raciones, la programación lineal en el sector agrario ha tenido otras aplicaciones como la selección del equipo de maquinaria, la evaluación de inversiones, la mezcla de fertilizantes y de granos, la selección de una cartera de inversiones, la planificación del riego, el trozado de canales bovinas, la asignación de operarios a puestos de trabajo, el momento óptimo de corte de un cultivo forestal, etc.(Frank *et al.*, 2014).

En Argentina el primer trabajo de aplicación de la programación lineal en este sector se publicó por Kohout & Cainelli (1964), el cual se relacionaba con la planificación de una empresa agropecuaria. Este mismo autor concluye que la aplicación de la programación lineal no reemplaza el análisis técnico y el juicio del empresario, pero si es una ayuda en la combinación optima de actividades y restricciones propias de estos sistemas de producción y un aporte en el logro del buen desempeño para obtener los mejores rendimientos económicos.

Éstos autores publican en la revista *Idia* del INTA (instituto nacional de tecnología agropecuaria de Argentina), un artículo sobre la aplicación de la programación lineal a la empresa agraria de una manera detallada y la acompañaron de una amplia bibliografía, esto debido a que consideraban que la falta de aplicación de esta ciencia a esta actividad productiva, se debía a que la información de la que se disponía presentaba conceptos puramente matemáticos, factor que limitaba su uso por parte de los técnicos y como ejemplo práctico presentaron datos y resultados de una explotación maicera (Kohout & Cainelli 1964).

Además de la falta de entrenamiento del técnico, se tenía la no disponibilidad de equipos de cómputo, aun así, se desarrollaron algunos modelos de programación lineal hasta con 130 actividades agropecuarias y fue hasta la década de los 80 cuando se masifico el uso de estos equipos razón por la que fue necesario recurrir a métodos manuales conocido como “programme planning”, desarrollado en Europa (Rossi, 1971).

Para 1981, se incorpora un curso sobre programación lineal aplicada a las empresas agrarias, para graduados en administración agropecuaria en la Universidad de Buenos Aires, el cual se continuó impartiendo hasta que en 1991 se incorporó como cátedra en las carreras de administración agropecuaria, esto con la masificación del uso de los equipos de cómputo (Frank *et al.*, 2014).

Martínez (2009), aplico la programación lineal para realizar el análisis de un estudio en raciones para caballos en diferentes estados fisiológicos (gestación, lactación, crecimiento y ejercicio ligero), en estabulación, en el cual analizo los costos, requerimientos nutricionales y la optimización de 24 raciones con heno de alfalfa, residuos de cosecha de cereales o la combinación de estos al 50% y 14 materias primas para el suplemento de grano, además se calculó el volumen de consumo, se encontraron 23 soluciones validas, siendo la más económica con residuos de cosecha solo, variaciones de consumo de materia seca, en una localidad española. Actualmente en Argentina el uso de la programación lineal en el balanceo de raciones para animales es infaltable, pues no se concibe esta labor sin la ayuda de estos programas que se han adaptado para el uso de los técnicos, haciendo indispensable el uso de los programas de mínimo costo, según entrevista realizada a diferentes nutricionistas (Frank *et al.*, 2014).

En cuanto a la planificación de la empresa desafortunadamente no se ha difundido de la misma manera que en la nutrición, debido a que sería necesario desarrollar un modelo para las condiciones de cada empresa y tener un profesional especializado en este tema.

2.8.1 Aplicaciones de la PL al sector agropecuario en Colombia

En Colombia se realizaron algunas aplicaciones de la programación lineal en el sector agropecuario y ambiental, a continuación, se relacionan los siguientes:

Gutiérrez & Buitrago (1974), utilizaron la programación lineal y el computador IBLV 370/14 con el programa MPSj360, para realizar el cálculo de raciones para cerdos en diferentes etapas de desarrollo fisiológico, con diferentes materias primas y subproductos de uso común en Colombia, requerimientos nutricionales (restricciones) de las tablas del NRC y a menor costo.

Un estudio realizado por investigadores de la universidad del Amazonas en Colombia, en 4 veredas del piedemonte de esta región, donde se determinó que el tamaño promedio de fincas era de 15 has, teniendo en cuenta las características biofísicas, socioeconómicas y la participación de los productores agropecuarios, las producciones representativas fueron la ganadería doble propósito, con pasturas nativas principalmente, en lo referente a la agricultura los cultivos predominantes eran maíz, plátano, yuca; mano de obra familiar, bajo nivel tecnológico y por consiguiente bajas producciones, se propusieron alternativas de producción incluyendo las existentes e incorporando el cultivo de arroz. La distribución de la tierra fue 4 para ganadería intensiva, 1 para infraestructura y la restante agricultura en diferentes combinaciones; mediante el uso de la programación lineal, el resultado de la modelación fue 8,12 ha yuca, 5.8 ha de plátano, no sembrar arroz y el resto en ganadería doble propósito, estimándose una utilidad neta del 300%, sin validación del modelo, comparada con la línea base (Muñoz, Ramón Nonato, & Albelo, 2005)

Guzmán (2010) realizó el estudio del modelo logístico de transporte en un trapiche panelero en el municipio de Florida Valle del Cauca, el estudio incluyó desde el corte, alce y transporte hasta el sitio de molienda, para el análisis utilizó un modelo de programación

lineal, este arrojo múltiple resultados, los vagones más eficientes son aquellos con capacidad mínima de 3 toneladas, lo que conduce a la minimización de costos, optimización de los recursos y aumento de la capacidad de molienda, este modelo además facilita el proceso de toma de decisiones relacionadas con el número de viajes.

Mosquera Navia (2011) realizó una investigación sobre un modelo de planificación de cultivos de papa en 82 fincas de pequeños y medianos productores del municipio de Pasto departamento de Nariño, cuyo objetivo fue diseñar una herramienta de decisión, buscando optimizar los rendimientos, además se “identificó y caracterizó las variables de producción biofísicas, socioeconómicas y tecnológicas, se realizó un análisis multivariado, se construyó un modelo de programación lineal para el pronóstico de precios, este modelo arroja información para determinar las siembras, ciclos de las mismas, rotación el tiempo óptimo según disponibilidad de terreno, para maximización de la utilidad según los paquetes tecnológicos”.

En los llanos orientales de Colombia departamento del Meta, se realizó un estudio de la cadena de suministro de biocombustible de la palma africana, la información analizada se tomó desde el cultivo hasta el suministro del biocombustible al consumidor final, para el análisis se utilizó la herramienta matemática de programación lineal clásica (Barón, 2013).

3. Materiales y métodos

3.1 Descripción inicial del caso de estudio

3.1.1 Localización De La Hacienda Brasilia

El estudio de campo se realizó en la Hacienda Brasilia localizada en el municipio de El Cerrito Valle del Cauca, corregimiento de Santa Elena, vereda Amaimito, en la vía que conduce al Museo de la caña de azúcar o Hacienda Piedechinche (Google maps 2016).

La distancia a las cabeceras municipales más próximas: se ubica aproximadamente a de 37 km de la ciudad de Cali, 13km de Palmira, 56km de Buga, 30km de Guacarí. Coordenadas Georreferenciadas: Latitud: 3° 37' 4''N; Longitud: 76° 15'13''O (IGAC, 2016).

Por su geología, la hacienda se encuentra en el cuerpo del abanico aluvial, dentro del paisaje piedemonte y las napas de desborde y de explayamiento de la llanura aluvial de los ríos tributarios del Cauca (IGAC, 2016). Localizado en la zona plana, influenciada por la llanura de inundación del río Cauca y los conos del río Amaime (Figura 3-1).

3.1.2 Breve reseña histórica de la Hacienda Brasilia

La Hacienda Brasilia fue adquirida por la familia Castro en la década de 1960, de forma fraccionada hasta completar 70 has. La distribución inicial de la tierra fue, 56 has (80%)

para ganadería extensiva en producción de leche, y 14 has., (20 % del área total) para la producción agrícola en cultivos semestrales (maíz).

Figura 3-1. Municipio de Cerrito y localización de la hacienda Brasilia (Tomado de: Google maps, 2016).



En la década de los setenta y ochenta, se incrementó el área para la producción agrícola en un 10 % (21 has); se adquirió maquinaria agrícola (tractor e implementos para preparación del suelo), equipo para riego por aspersión (motor, tubería y aspersores), iniciándose una agricultura con tecnología de punta, con cultivos semestrales, frijol Caraota (*Phaseolus vulgaris*), Maíz (*Zea mays*), Soya (*Glycine max*), Sorgo de grano (*Sorghum vulgare*). Se introducen bovinos tipo lechero, de las razas Holstein y Pardo Suizo, adaptadas a la región, pero se continúa con una producción extensiva (7 litros/vaca/día).

En la década de 1990 por políticas gubernamentales (apertura económica), son determinantes los cambios en la Hacienda Brasilia, pasando de una ganadería extensiva que ocupaba el mayor porcentaje del terreno, a ocupar solo el 25% del área (17,5 has), y se introdujo el cultivo de la caña de azúcar (*Saccharum officinarum*), en 52.5 has (75% de la finca).

Se realizó renovación de potreros cambiando la grama trenza (*Paspalum notatum*), por pasto estrella (*Cynodon plectostachium*) y guinea (*Panicum máximum*), además se introdujo el pasto elefante de corte (*Pennisetum purpureum*) en la mayor parte del área. Incrementándose así la producción de leche a 8-9 litros vaca /día, conservando el mismo inventario ganadero.

En la primera década del 2000, se introdujo el cultivo Uva Isabela (*Vitis labrusca*) en las zonas con suelos altamente pedregosos, hasta llegar en la actualidad a cuatro hectáreas, con tendencia a incrementarse. En el año de 2014 se construyeron de invernaderos para el cultivo tomate de mesa (*Solanum lycopersicum*), bajo esta tecnología. En 2015 se reduce el área pecuaria en 30 % y se reemplazó por el cultivo de Papaya (*Carica papaya*). Para el año 2016 una vez terminó la cosecha de papaya, se destinó esta área al cultivo de uva Isabella (Información suministrada por el propietario 2016).

3.1.3 Condiciones Agroecológicas

Tabla 3-1. Condiciones agroecológicas de la Hacienda Brasilia

PARAMETRO	INDICADOR
Radiación solar	12 horas luz
Temperatura	Promedia: 28-32°C (Mín.18°C-Máx. 32°C)
Precipitación Pluvial	500-600 mm /año
Altitud	994 m.s.n.m.
Relieve plano	Pendiente del 2%
Vientos	Moderados
Humedad relativa	70-75%
Zona de Vida según clasificación de Holdridge (1947)	Bosque muy seco tropical (bms-T).
2 Periodos de lluvia	6 Marzo a 15 Junio – 16 septiembre a 15 de Diciembre
2 Periodos secos	16 de Junio – 15 Septiembre- 16 Diciembre a Marzo 15
Clima general	Cálido durante el día 28 – 32 grados Cº, y frio en la noche 18 – 20 °C

Tomado de Alcaldia de Ginebra (2017)

3.1.4 Suelos

Los suelos que predominan en la zona de localización de la Hacienda Brasilia presentan, de pH casi neutro a ligeramente ácido con contenidos de carbón orgánico bajo a medio, medios a altos en calcio y potasio; no son salinos ni sódicos, y, por consiguiente, son suelos excelentes para la agricultura; dominan los Molisoles y los Vertisoles. Las texturas predominantes son franco-arenosos o franco-arcillosos sobre gravillosos o limosos. (Botero, Rodríguez, & Rodríguez, 2006) (Tabla 3-2).

Tabla 3-2. Análisis de suelos de la Finca Brasilia

COMPONENTE	CANTIDAD
Arenas	51.40 %
Limos	27.00 %
Arcillas	21.60 %
pH	6.4 – 6.6
Materia Orgánica	2.19%
Fosforo Bray II	17.31 ppm.
Cationes intercambiables m-equiv/100:	---
Calcio (Ca) mg/kg.	14. 21
Magnesio (Mg)mg/kg	8. 22
Potasio (K)	0. 23
Sodio (Na)	0. 12
CIC	21.51
Ca/Mg	1.73
PSI	0.44
Sustancias bases	---
Ca cmol₍₊₎ /kg	62.61
Mg cmol₍₊₎ /kg	36.04
K cmol₍₊₎ /kg	0.87
Na cmol₍₊₎ /kg	0.47
Cationes solubles Me/L	--
B mg/kg.	0.1 muy bajo
Cu mg/kg.	5.58 normal
Fe mg/kg.	54.72 normal
Mn mg/kg.	12.21 normal
Zn mg/kg.	0.77 bajo
Clasificación del suelo según Cenicaña	3CO

Fuente: Laboratorio del ingenio providencia, 2014

3.1.5 Disponibilidad de agua

El agua para consumo de la Hacienda Brasilia se toma del rio Amaime de un canal de derivación (aforo 1300 lts /seg.), que pasa por la finca y cuyo destino principal es la fábrica de ingenio Providencia, de este se benefician 32 usuarios además del ingenio, en su recorrido, por la Hacienda Brasilia, esta tiene una concesión de 30 litros/seg. Otorgada por la CVC, en épocas de mínimas precipitaciones, se somete a turnos el uso de agua para riego, en periodos de cada 15 días.

3.1.6 Actividades productivas y distribución de áreas

Distribución de las áreas según actividades productivas de la Hacienda Brasilia. (Ver figura 3-2). (Tabla 3-3)

Tabla 3-3. Actividades productivas de la finca Brasilia

SUPERFICIE AGRICOLA UTIL (SAU)	Área ha	%
Cultivo de caña de azúcar (<i>Saccharum Officinarum</i>)	54.66	77.64
Cultivo de uva Isabela (<i>Vitis labrusca</i>)	1.00	1.42
Maracuyá (<i>Passiflora edulis</i>)	1.00	1.42
Pasto de corte (<i>Pennisetum purpureum</i>)	4.20	5.97
Pasto de pastoreo (<i>Guinea mombasa</i>)	1.74	2.47
Otros cultivos	62.60	88.92
SUBTOTAL SAU		
SUPERFICIE USO NO AGRICOLA	0.80	1.14
Construcciones e instalaciones	7.00	9.94
SUBTOTAL USO NO AGRICOLA	7.80	11.08
Área total	70.40	100

Tomado de Castro (2016), propietario hacienda Brasilia.

3.1.7 Producción pecuaria

La producción pecuaria está constituida por bovinos: para producción de leche con las siguientes razas y cruces:

Cruces de Holstein blanco y negro, Holstein Clavel o rojo y Holstein encerado (8%)

Cruces de Pardo Suizo (70%)

Cruces De Pardo Suizo con Cebú (22%)

Figura 3-2. Mapa de la Hacienda Brasilia escala 1: 250



Fuente: Castro, 2016 propietario hacienda Brasilia (levantamiento realizado por el topógrafo Marmolejo L).

3.2 Técnicas de recolección y procesamiento de información para PLMO

Se realizaron visitas a la Hacienda Brasília para recolectar información, en cuanto la toma de datos, se utilizaron plantillas estandarizadas de los cultivos y de la ganadería en estudio, se tomaron los registros de producción, costos variables directos, precios y rendimientos de ventas de los diferentes productos de los últimos 7 años (2010 a 2016). De acuerdo a estos datos, se construyeron tablas que contenían la información de las actividades agropecuarias descritas anteriormente en el orden: cultivo de caña de azúcar, cultivo de uva Isabella, cultivo de maracuyá, y operaciones de ganadería por cada año:

- Margen bruto por tipo de actividad: calculado a partir de los registros de producción, ingreso bruto menos costos de producción (tabla 3-4).

Tabla 3-4. Margen bruto por tipo de actividad [\$/ha-año].

Tipo de actividad	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Caña de azúcar	3 595 610	5 565 909	3 451 309	3 639 501	2 606 693	6 543 325	7 524 824
Uva Isabella	-3 856 646	24 470 616	19 634 381	20 797 305	26 632 237	31 170 869	35 846 499
Maracuyá	7 674 986	6 146 468	7 960 265	33 535 323	20 547 452	21 301 065	24 496 225
Ganadería	579 772	215 658	1 405 738	1 167 407	2 567 797	2 431 180	2 795 857

- Horas hombre por año necesarias para trabajar una hectárea según tipo de cultivo: calculado según costos de la mano obra por hectárea de cada actividad productiva para la empresa en estudio, dividido por smlv día valor del jornal de 8 horas para cada año según histórico (Renovación Sindical, 2018) (tabla 3-5).

Tabla 3-5 Horas hombre por año requeridas para procesar una hectárea según tipo de cultivo [h/ha-año].

Tipo de actividad	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Caña de azúcar	312	224	220	216	375	224	431
Uva Isabella	3 238	1 609	2 934	4 009	3 691	3 387	3895
Maracuyá	2 740	2 527	2 446	2 447	2 447	2 447	2 814
Ganadería	947	923	977	897	838	963	1 107

- Capital de trabajo necesario para trabajar una hectárea y otros datos relacionados: calculado a partir de mano de obra, insumos, administración, costos de financiación (cuotas e intereses) (tabla 3-6 y 3-7).

Tabla 3-6 Otros datos relacionados.

Descriptor	2 010	2 011	2 012	2 013	2 014	2 015	2016
Disponibilidad de horas de mano de obra [h/año]	35 869	28 476	30 583	30 750	44 568	33 101	45 785
Capital disponible [\$]	432 508 373	396 263 458	466 952 659	555 579 393	732 435 211	665 060 367	813 180 308

Tabla 3-7 Capital de trabajo requerido para trabajar una hectárea de cada tipo de cultivo [\$/ha-año].

Caña de azúcar	Uva Isabella	Maracuyá	Ganadería
3 597 538	23 092 643	10 105 079	4 667 134

El terreno total disponible para realizar las actividades agropecuarias es de 62.6 ha, las cuales deben ser utilizadas en su totalidad.

Posteriormente, la información recolectada se organizó en el software Excel y se procesó el software Matlab para resolver el problema de optimización multiobjetivo una vez formulado.

3.3 Formulación de un modelo de programación lineal multiobjetivo (PLMO) empleado

Para la construcción del modelo se utilizó como herramienta matemática la Programación Multiobjetivo. El modelo matemático que se analizó en este estudio, considera la asignación de tipos de cultivo o actividades agropecuarias a parcelas de tierra con el fin de que el terreno pueda ser utilizado de forma diversificada. Sin embargo, la división de parcelas involucra diferentes aspectos de interés, criterios u objetivos para los propietarios. Uno de estos objetivos, que es tal vez el más obvio, es la maximización de los rendimientos generados por la operación de las actividades agropecuarias. Otro objetivo de interés es la minimización del riesgo económico predial. Por último, se considera la optimización del uso de la mano de obra contratada. Una vez identificados los objetivos, se definieron de forma precisa cada uno de éstos de la siguiente manera:

Variables de decisión

- x_1 Hectáreas dedicadas al cultivo de la caña de azúcar (*Saccharum officinarum*)
- x_2 Hectáreas dedicadas al cultivo de la uva Isabella (*Vitis labrusca*)
- x_3 Hectáreas dedicadas al cultivo de maracuyá (*Passiflora edulis*)
- x_4 Hectáreas dedicadas a la ganadería

3.3.1 Formulación de las funciones objetivo

La descripción completa y detallada del problema de optimización variable por variable se presenta en el Anexo A.

3.3.2 Maximización del margen bruto

En primera instancia se definió maximizar el margen bruto promedio total. Dicho margen bruto promedio total puede calcularse de la siguiente manera:

$$\max \quad f_1 = \overline{MB}_1 x_1 + \overline{MB}_2 x_2 + \overline{MB}_3 x_3 + \overline{MB}_4 x_4,$$

Dónde MB_i representa el margen bruto medio del tipo de actividad agropecuaria i .

3.3.3 Minimización del riesgo económico predial

Se tomó como referencia el modelo de Hazell (1971) y Bocco, Sayago, & Tártara (2002), asumiendo el riesgo como la sumatoria de las desviaciones absolutas de los márgenes brutos de cada alternativa productiva, con respecto al promedio del margen bruto de cada una de ellas para cada año, en el periodo de 7 años de estudios (2010 a 2016). De esta forma, este objetivo quedó formulado de la siguiente manera:

$$\min \quad f_2 = x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18}.$$

Las variables anteriores representan las desviaciones absolutas de los márgenes brutos (ver también Ignizio (1976)). La relación que debe existir entre dichas variables y las variables inicialmente planteadas es la siguiente:

$$MB_{11}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{21}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{31}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{41}x_4 - \overline{MB}_4x_4 = x_5 - x_6,$$

$$MB_{12}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{22}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{32}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{42}x_4 - \overline{MB}_4x_4 = x_7 - x_8,$$

$$MB_{13}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{23}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{33}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{43}x_4 - \overline{MB}_4x_4 = x_9 - x_{10},$$

$$MB_{14}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{24}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{34}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{44}x_4 - \overline{MB}_4x_4 = x_{11} - x_{12},$$

$$MB_{15}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{25}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{35}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{45}x_4 - \overline{MB}_4x_4 = x_{13} - x_{14},$$

$$MB_{16}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{26}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{36}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{46}x_4 - \overline{MB}_4x_4 = x_{15} - x_{16},$$

$$MB_{17}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{27}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{37}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{47}x_4 - \overline{MB}_4x_4 = x_{17} - x_{18},$$

Donde:

MB_{ij} : es el ingreso bruto promedio generado por la actividad agropecuaria i durante el periodo j . En este caso se considerarán periodos en años para un total de seis años.

3.3.4 Optimización de la mano de obra contratada

Para abordar este objetivo, fue necesario conocer las exigencias de mano de obra según el ciclo agrícola, de cada uno de los sistemas de cultivo y el agroecosistemas de ganadería para producción de leche, durante el periodo de estudio (2010 a 2016). En este sentido, el tiempo de trabajo se ajustó lo más posible al tiempo disponible al año evitando tiempos ociosos o uso de tiempo extra no programado. La función objetivo formulada para este objetivo es la siguiente:

$$\min \quad f_3 = x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{32}.$$

Las variables anteriores representan las desviaciones del uso de las horas de mano de obra con respecto a su disponibilidad durante el año. La relación que debe existir entre dichas variables y las variables inicialmente planteadas es la siguiente:

$$A_{11}x_1 + A_{21}x_2 + A_{31}x_3 + A_{41}x_4 - H_1 = x_{19} - x_{20},$$

$$A_{12}x_1 + A_{22}x_2 + A_{32}x_3 + A_{42}x_4 - H_2 = x_{21} - x_{22},$$

$$A_{13}x_1 + A_{23}x_2 + A_{33}x_3 + A_{43}x_4 - H_3 = x_{23} - x_{24},$$

$$A_{14}x_1 + A_{24}x_2 + A_{34}x_3 + A_{44}x_4 - H_4 = x_{25} - x_{26},$$

$$A_{15}x_1 + A_{25}x_2 + A_{35}x_3 + A_{45}x_4 - H_5 = x_{27} - x_{28},$$

$$A_{16}x_1 + A_{26}x_2 + A_{36}x_3 + A_{46}x_4 - H_6 = x_{29} - x_{30},$$

$$A_{17}x_1 + A_{27}x_2 + A_{37}x_3 + A_{47}x_4 - H_7 = x_{31} - x_{32},$$

Donde:

A_{ij} : son las horas-hombre requeridas para procesar una hectárea de la actividad agropecuaria i durante el año j .

H_j : son las horas disponibles en el año j .

3.3.5 Restricciones del sistema

En primera instancia se tienen restricciones de terreno disponible. En este sentido el terreno usado para las distintas actividades agropecuarias debe coincidir con el terreno disponible. Esta restricción se formuló así:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = S,$$

Donde:

S : es el terreno total disponible.

Por otro lado, las restricciones de capital implican que el costo de operar cada actividad agropecuaria no debe exceder el capital disponible por año. Esto es:

$$C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + C_4x_4 \leq K_j,$$

Donde

C_i : es el costo de procesar una hectárea del tipo de actividad agropecuaria i

K_j : es el capital de trabajo disponible al inicio del año j .

Por último, se tienen restricciones acerca del número de hectáreas mínimos y máximos a considerar en cada tipo de actividad agropecuaria.

$$n_i \leq x_i \leq N_i,$$

Donde:

n_i : es el valor mínimo que puede tomar la variable

N_i : es su valor máximo.

De esta forma, la formulación matemática del modelo fue la siguiente:

$$\min \quad f_1 = -\overline{MB}_1x_1 - \overline{MB}_2x_2 - \overline{MB}_3x_3 - \overline{MB}_4x_4,$$

$$\min \quad f_2 = x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18},$$

$$\min \quad f_3 = x_{19} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{32},$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} MB_{11}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{21}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{31}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{41}x_4 - \overline{MB}_4x_4 \\ = x_5 - x_6, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MB_{12}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{22}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{32}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{42}x_4 - \overline{MB}_4x_4 \\ = x_7 - x_8, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MB_{13}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{23}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{33}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{43}x_4 - \overline{MB}_4x_4 \\ = x_9 - x_{10}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MB_{14}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{24}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{34}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{44}x_4 - \overline{MB}_4x_4 \\ = x_{11} - x_{12}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MB_{15}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{25}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{35}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{45}x_4 - \overline{MB}_4x_4 \\ = x_{13} - x_{14}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MB_{16}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{26}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{36}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{46}x_4 - \overline{MB}_4x_4 \\ = x_{15} - x_{16}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MB_{17}x_1 - \overline{MB}_1x_1 + MB_{27}x_2 - \overline{MB}_2x_2 + MB_{37}x_3 - \overline{MB}_3x_3 + MB_{47}x_4 - \overline{MB}_4x_4 \\ = x_{17} - x_{18}, \end{aligned}$$

$$A_{11}x_1 + A_{21}x_2 + A_{31}x_3 + A_{41}x_4 - H_1 = x_{19} - x_{20},$$

$$A_{12}x_1 + A_{22}x_2 + A_{32}x_3 + A_{42}x_4 - H_2 = x_{21} - x_{22},$$

$$A_{13}x_1 + A_{23}x_2 + A_{33}x_3 + A_{43}x_4 - H_3 = x_{23} - x_{24},$$

$$A_{14}x_1 + A_{24}x_2 + A_{34}x_3 + A_{44}x_4 - H_4 = x_{25} - x_{26},$$

$$A_{15}x_1 + A_{25}x_2 + A_{35}x_3 + A_{45}x_4 - H_5 = x_{27} - x_{28},$$

$$A_{16}x_1 + A_{26}x_2 + A_{36}x_3 + A_{46}x_4 - H_6 = x_{29} - x_{30},$$

$$A_{17}x_1 + A_{27}x_2 + A_{37}x_3 + A_{47}x_4 - H_7 = x_{31} - x_{32},$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = S,$$

$$C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + C_4x_4 \leq K_1,$$

$$C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + C_4x_4 \leq K_2,$$

$$C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + C_4x_4 \leq K_3,$$

$$C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + C_4x_4 \leq K_4,$$

$$C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + C_4x_4 \leq K_5,$$

$$C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + C_4x_4 \leq K_6,$$

$$C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + C_4x_4 \leq K_7,$$

$$n_1 \leq x_1 \leq N_1,$$

$$n_2 \leq x_2 \leq N_2,$$

$$n_3 \leq x_3 \leq N_3,$$

$$n_4 \leq x_4 \leq N_4,$$

$$x_i \geq 0.$$

Es de resaltar, que la función objetivo relacionada con la maximización del margen bruto medio total se multiplicó por (-1) para obtener la función objetivo f_1 que es una función objetivo de minimización. Esto se ha realizado con el propósito de que todas las funciones

objetivo que se consideren sean de minimización, sin afectar el resultado final del problema.

Para fines de comprensión se denominó al anterior problema el problema P1.

3.4 Estrategia de solución

Uno de los métodos más conocidos y utilizados para resolver modelos de optimización multiobjetivo es el método de restricciones ϵ , lo que principalmente se debe a su facilidad de implementación (Jürgen, Kalyanmoy, Kaisa, & Roman, 2008; Matthias, 2005). Es por eso que en este trabajo se empleó dicho método para resolver el problema de optimización planteado.

Con el fin de resolver el problema multiobjetivo anterior, se simplificó la notación usada anteriormente. El problema con la notación simplificada quedó formulado así:

$$\begin{aligned} \min \quad & (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), f_3(\mathbf{x})), \\ \text{s. a.} \quad & \mathbf{x} \in S, \end{aligned}$$

Dónde

\mathbf{x} : representa todas las variables de decisión del problema original, esto es $\mathbf{x} = \{x_i, n_j, p_j, r_j, s_j\}$.

S : representa la región factible generada por el conjunto de restricciones del problema P1.

3.4.1 El método de restricciones épsilon

El método considera que un objetivo es seleccionado para ser optimizado mientras que el resto de objetivos son convertidos en restricciones, de esta manera se formuló el siguiente problema denominado P2:

$$\begin{aligned} \min \quad & f_l(\mathbf{x}), \\ \text{s. a.} \quad & f_j(\mathbf{x}) \leq \epsilon_j, \quad \forall j = 1, 2, \dots, k, j \neq l \\ & \mathbf{x} \in S, \end{aligned}$$

En dónde se seleccionó el objetivo $f_l(\mathbf{x})$, $l = 1, 2, \dots, k$, para ser optimizado, los objetivos restantes se restringieron a una cota superior ϵ_j , $j = 1, \dots, k, j \neq l$, que tomará diferentes valores para los cuales la solución del problema anterior (P2) estará relacionada con la frontera eficiente del problema multiobjetivo P1. Note que ϵ_j representa el peor valor que puede tomar la función objetivo $f_j(\mathbf{x})$, en este caso la restricción $f_j(\mathbf{x}) \leq \epsilon_j$ puede estar o no activa en la solución óptima.

La selección del objetivo a optimizar no tuvo ningún efecto en la obtención de la frontera de Pareto, por lo que cualquier objetivo es válido para ser optimizado. El propósito fue entonces resolver el problema P2 para diferentes valores de ϵ_j lo que permitirá generar la frontera de Pareto resolviendo el problema multiobjetivo P1. Para tal fin fue necesario, en primera instancia, seleccionar el objetivo a optimizar. Seguidamente, se seleccionó el rango de valores para cada ϵ_j , que, contrario al paso anterior, no es una actividad trivial. En el Anexo B se presentan el código en MATLAB del método restricciones ϵ .

3.4.2 Selección del rango de valores ϵ_j

El rango de valores para cada ϵ_j está relacionado con los valores mínimo y máximo de la función objetivo $f_j(\mathbf{x})$. El método tradicional para obtener dichos valores se basa en una tabla de pagos, la cual muestra el caso de dos funciones objetivo (Tabla 3.5).

Cada función se optimiza de forma independiente y el óptimo obtenido \mathbf{x}^* se evalúa en dicha función y en el resto de funciones objetivo. De esta forma el resultado $f_2(\mathbf{x}^*|f_1)$ se obtiene al evaluar el óptimo generado por la minimización de f_1 en la función objetivo f_2 .

Tabla 3-8. Método de pagos para la selección del rango de valores ϵ .

	f_1	f_2
min f_1	$f_1(\mathbf{x}^* f_1)$	$f_2(\mathbf{x}^* f_1)$
min f_2	$f_1(\mathbf{x}^* f_2)$	$f_2(\mathbf{x}^* f_2)$

La tabla de pagos no garantiza que los rangos anteriores produzcan puntos en la frontera eficiente. Con el fin de garantizar soluciones de eficientes Mavrotas (2009) sugiere usar la tabla de pagos anterior construida con base en el método lexicográfico, un método clásico de optimización multiobjetivo. Se empleó este método de la siguiente manera:

- i.* Optimizar la primer función objetivo (función objetivo de mayor prioridad) para obtener $f_1(\mathbf{x}^*) = z_1^*$. Con el óptimo obtenido evalúe el resto de funciones objetivo para completar la primera fila de la tabla de pagos.
- ii.* Optimizar la segunda función objetivo añadiendo al problema la restricción adicional $f_1(\mathbf{x}^*) = z_1^*$, para obtener $f_2(\mathbf{x}^*) = z_2^*$. Con el óptimo obtenido evalúe el resto de funciones objetivo para completar la segunda fila de la tabla de pagos.
- iii.* Optimizar la tercera función objetivo añadiendo al problema las restricciones adicionales $f_1(\mathbf{x}^*) = z_1^*$ y $f_2(\mathbf{x}^*) = z_2^*$, para obtener $f_3(\mathbf{x}^*) = z_3^*$. Con el óptimo obtenido evalúe el resto de funciones objetivo para completar la segunda fila de la tabla de pagos.
- iv.* El proceso se repite hasta llenar la tabla de pagos.

3.4.3 Modificación del método para garantizar soluciones eficientes

En general no hay garantía de que el método de restricciones ϵ produzca soluciones eficientes, por lo tanto se emplearon diferentes extensiones del método que ayudan a remediar esta situación, una de ellas es el método propuesto por Mavrotas (2009) para resolver el problema de soluciones no eficientes, donde propone la reformulación del problema P2 de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \min \quad & f_l(\mathbf{x}) + \xi \sum_{j=1, j \neq l}^k \frac{e_j}{t_j}, \\ \text{s. a.} \quad & f_j(\mathbf{x}) + e_j = \epsilon_j, \quad \forall j = 1, 2, \dots, k, j \neq l, \\ & \mathbf{x} \in S, \\ & e_j \geq 0, \end{aligned}$$

Dónde

ξ : es un número pequeño seleccionado adecuadamente

$\xi \in [10^{-3}, 10^{-6}]$, e_j corresponde a la variable de holgura de la restricción impuesta a la función objetivo j , y t_j es el rango de la j -ésima función objetivo obtenido de la tabla de pagos.

4. Resultados

4.1 Solución de funciones objetivo independientes

La solución de cada objetivo individual generó los resultados mostrados en la Tabla 4-1. Para resolver el problema de optimización, considerando el análisis de las funciones objetivas de forma individual, se seleccionó la de interés y se eliminaron las demás. Para el caso de la maximización del margen bruto, el cultivo predominante es la caña de azúcar, seguido del de uva Isabella y el maracuyá. Esto debido a que este cultivo tiene unos costos de producción bajo, si se compara con las demás producciones en estudio.

Por su parte, para la minimización del riesgo económico predial, la actividad predominante debe ser la ganadería, seguido del cultivo de la caña de azúcar. Esto se debe a que el riesgo económico predial es una medida de la variabilidad del margen bruto a lo largo de los años, la ganadería es la actividad agropecuaria que menos variabilidad tiene. Es decir, esta actividad genera un rendimiento bruto a lo largo de los años más estable que las otras actividades, lo que se puede evidenciar de los datos presentados en la metodología. A su vez la ganadería y el cultivo de caña de azúcar son los que tienen consumos de mano de obra por hectárea más estables, lo que explica la predominancia de dichas actividades en la optimización de la mano de obra requerida.

El consumo del capital de trabajo usado comparado con el capital de trabajo disponible resultó ser mayor cuando se pretende maximizar el margen bruto (ver tabla 4-1). Lo anterior no se cumple para el resto de funciones objetivo en donde apenas se utiliza apenas el 50 % en promedio del capital disponible. La razón para esto es que para la

maximización del margen bruto el cultivo de la uva Isabella alcanza 10 hectáreas, el mayor valor obtenido, siendo que este cultivo es intensivo en capital.

Tabla 4-1 Solución del problema de optimización para las funciones objetivo independientes.

	Maximización del margen bruto	Minimización del riesgo económico predial	Optimización de la mano de obra
Valor función objetivo	481 093 796	344 803 088	10 234
Hectáreas de azúcar	51.6	15.7	46.4
Hectáreas de uva Isabella	10	1	2.20
Hectáreas de maracuyá	1	0	1
Terreno para ganadería	0	46.0	13.0
Capital usado promedio (%)*	71	49	48
Tiempo usado al año (%) **	140.1	147.6	100.0
Margen bruto [\$ /año]	481 093 796	168 994 896	304 878 322
Riesgo económico predial [\$ /año]	5 012 441 558	344 803 088	4 950 123 389
* Porcentaje de capital usado promedio calculado con base al capital disponible cada año.			
** Porcentaje del tiempo de trabajo usado calculado con base en el tiempo disponible cada año.			

El porcentaje de tiempo de trabajo usado, calculado con base en las horas de trabajo anual disponibles, en la mayoría de los casos supera el programado. Cuando se pretende maximizar el margen bruto, las horas de trabajo utilizadas son cerca de un 140% de las horas disponibles programadas, lo que se debe principalmente al cultivo de uva Isabella que es intensivo en requerimientos de tiempo de mano de obra, y es uno de los cultivos predominantes en este caso.

Un resultado similar es obtenido para la minimización del riesgo económico predial, donde la ganadería es la actividad de mayor demanda de mano de obra, requiriendo más horas hombre de las disponibles. Por su parte, para la función optimización de la mano de obra, las horas hombre trabajadas son similares a las horas hombre disponibles.

A partir de los resultados de la tabla 4-1, se observa claramente que se presentan contradicciones en los resultados de las funciones objetivo, es decir, resulta imposible optimizar simultáneamente todos los objetivos. La mejor alternativa es encontrar óptimos de Pareto o soluciones eficientes. Para lograr lo anterior se elaboró una tabla de pagos que permitió identificar los rangos de validez de cada una de las funciones objetivo para generar soluciones eficientes.

Para tal fin, se construyó la tabla de pagos cuyo resultado se muestra en la tabla 4-2. Las funciones objetivo se enumeran siguiendo el orden descrito en la metodología. Es de mencionar que, dado que se pretende maximizar el margen bruto, esto es equivalente a minimizar el negativo de dicho margen bruto.

Tabla 4-2 Tabla de pagos del problema multiobjetivo.

Solución óptima	f_1 (Negativo del margen bruto medio)	f_2 (Riesgo económico)	f_3 (Horas/ha/año)
min f_1	-481 093 796	819 474 379	117 867
min f_2	-99 832 790	325 026 356	190 844
min f_3	-304 878 322	560 784 136	10 234

4.2 Búsqueda de soluciones eficientes

El análisis de soluciones eficientes se dividió en dos partes, la primera parte consideró el estudio de pares de funciones objetivo simultáneamente lo que facilitará la comprensión de las soluciones. Por último, se realizó un análisis de frontera eficiente simultáneo para las tres funciones objetivo.

4.2.1 Frontera eficiente para pares de funciones objetivo

La figura 4-1 muestra la frontera eficiente para el margen bruto y el riesgo económico predial, los números entre paréntesis representan las hectáreas operadas según cada tipo

de actividad agropecuaria en su orden: cultivo de caña de azúcar, cultivo de uva Isabella, cultivo de maracuyá, terreno para ganadería.

Se observó un incremento en el margen bruto causando este mismo efecto en el riesgo económico predial, por lo que dichas funciones objetivo son contradictorias. De igual forma, el margen bruto se mejora al aumentar las hectáreas cultivadas de caña de azúcar y de uva Isabella reduciendo la ganadería, lo que causa también un aumento en el riesgo económico predial. Este análisis mostro la proximidad a los puntos de operación históricos, a los puntos eficientes de estas dos funciones objetivo.

Un incremento en el margen bruto ocasiona un uso menos apropiado de la mano de obra en el sentido de que se van a utilizar más horas de trabajo de las disponibles. Por consiguiente, para mejorar el uso de la mano de obra es necesario cultivar menos hectáreas de uva y usar un mayor terreno para la ganadería (figura 4-2).

En la figura 4-3 se observa que, si el riesgo económico predial disminuye, la efectividad en el uso de la mano de obra también disminuye. Si se quiere reducir el riesgo económico predial se debe usar menos hectáreas de caña de azúcar e incrementar el uso de tierra para actividades de ganadería.

Figura 4-1. Frontera de Pareto para las combinaciones de dos objetivos: margen bruto y el riesgo económico predial

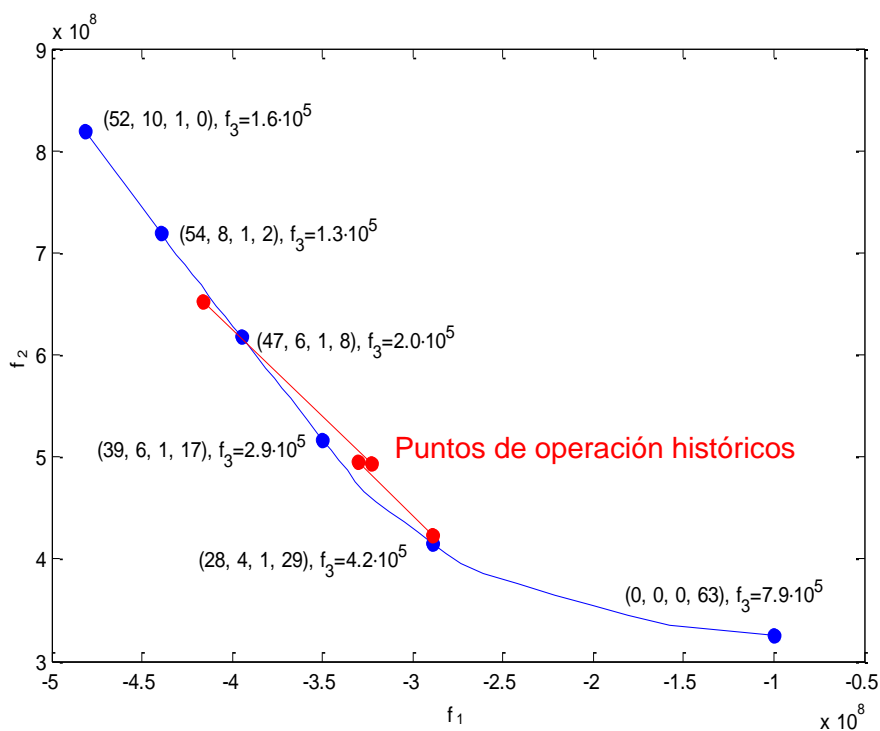


Figura 4-2. Frontera de Pareto para las combinaciones de dos objetivos: margen bruto y uso de mano de obra

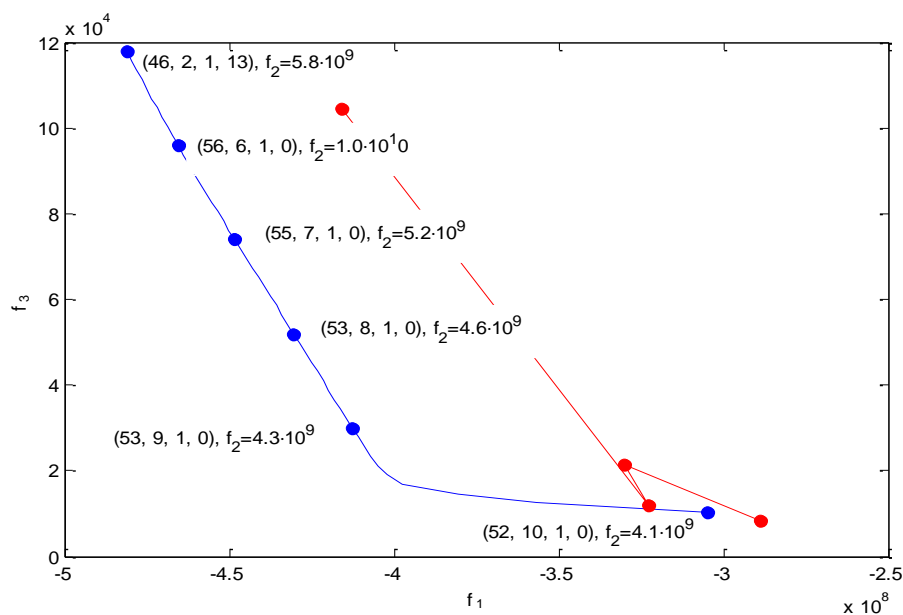
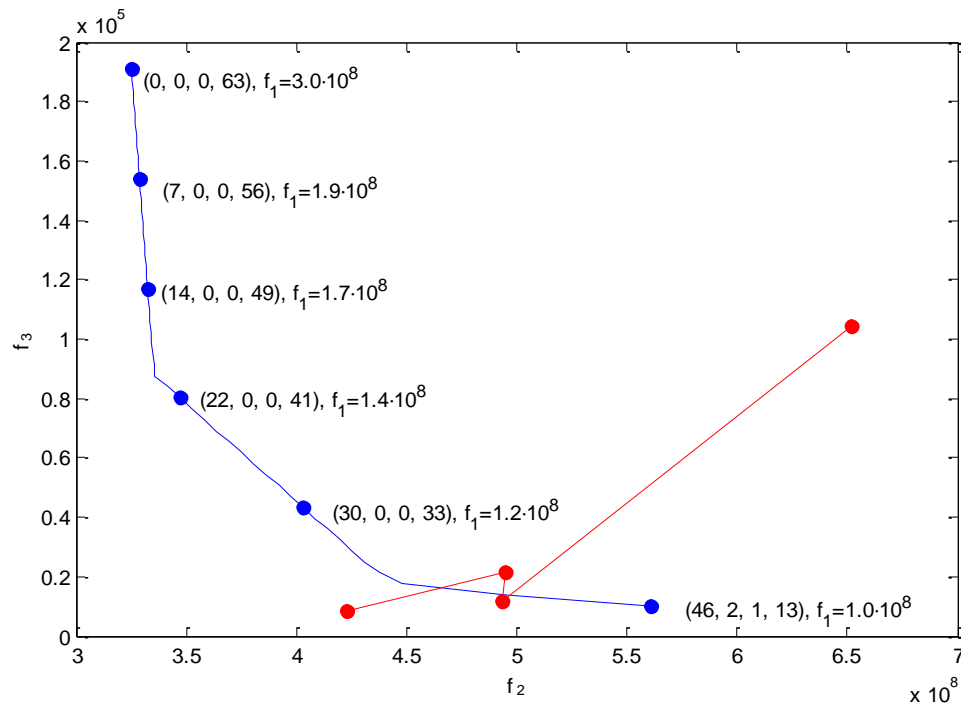


Figura 4-3. Frontera de Pareto para las combinaciones de dos objetivos: riesgo predial y uso de mano de obra



4.2.2 Puntos de operación históricos

El propietario del terreno durante los años 2010 a 2016 ha considerado la distribución de tierras como se muestra en la tabla 4-3. Claramente el propietario ha tendido a favorecer el cultivo de uva Isabella en los últimos años, mientras ha reducido el cultivo de la caña de azúcar y ha puesto menor interés a la ganadería. La tendencia del propietario muestra que la estrategia actual es más intensiva en capital y recursos de mano de obra, y sugiere una distribución deseada del terreno así: 46 has de caña de azúcar, 10 ha cultivo de uva Isabella, 1 ha cultivo de maracuyá y 6 ha para actividades ganaderas. Esta estrategia se analizó a la luz de las soluciones eficientes del problema multiobjetivo.

Tabla 4-3. Distribución histórica del terreno

Año	f_1 Margen bruto	f_2 Riesgo económico	f_3 Horas/ha/ año	x_1 (ha) Caña	x_2 (ha) Uva	x_3 (ha) Maracuyá	x_4 (ha) Gana dería	% capital usado	% horas usadas
2010	288 954 664	422 646 182	8 284	54	1	1	13	52%	97%
2011	288 954 664	422 646 182	8 284	54	1	1	13	52%	97%
2012	288 954 664	422 646 182	8 284	54	1	1	13	52%	97%
2013	288 954 664	422 646 182	8 284	54	1	1	13	52%	97%
2014	330 200 982	495 076 928	21 565	54	4	1	10	59%	111%
2015	322 512 525	493 531 954	11 888	52	4	1	6	56%	101%
2016	416 014 723	652 078 831	104 390	46	10	1	6	76%	152%
Media	317 792 412	475 896 063	24 425	53	3	1	10	57%	107%

En primera instancia se observó que la estrategia del propietario no es una solución de frontera eficiente para el año 2016 puesto que los resultados de una de las funciones objetivo se salen del rango de valores permitido impuesto por la (tabla de pagos 4-2), en lo relacionado con el porcentaje de horas hombre consumidas, las cuales superan en 52%, con respecto a las programadas. En general, las soluciones no son eficientes, lo que se puede apreciar en las figuras de frontera eficiente con dos funciones objetivo (figuras 4-1, 4-2, 4-3). Sin embargo, cuando se analizan las funciones objetivo f_1 y f_2 , la estrategia del propietario se encuentra muy cerca de la frontera de Pareto para estas dos funciones objetivo.

4.2.3 Análisis de eficiencia para todas las funciones objetivo

La representación gráfica para el análisis de eficiencia simultáneo de las tres funciones objetivo es más complejo puesto que se requiere la representación en un espacio de tres dimensiones, es por esto que se usa un gráfico de contorno para facilitar la visualización. La figura 4-4 y 4-5 muestra el resultado del análisis simultáneo de las tres funciones objetivo.

Se detallan las curvas de contorno que involucran los objetivos f_1 y f_3 para diferentes niveles de la función objetivo f_2 , etiquetados en las curvas de contorno. Se observó que a medida que la función objetivo f_2 (minimización del riesgo económico predial) disminuye

su valor, las funciones objetivo f_1 (maximización del riesgo económico y f_3 (optimización del uso de la mano de obra) tienden a tener menor contradicción, es decir, la maximización o minimización de una de ellas tiende a afectar en menor medida la función objetivo restante.

Figura 4-4. Líneas de contorno de la frontera eficiente para diferentes niveles de la función objetivo f_2 .

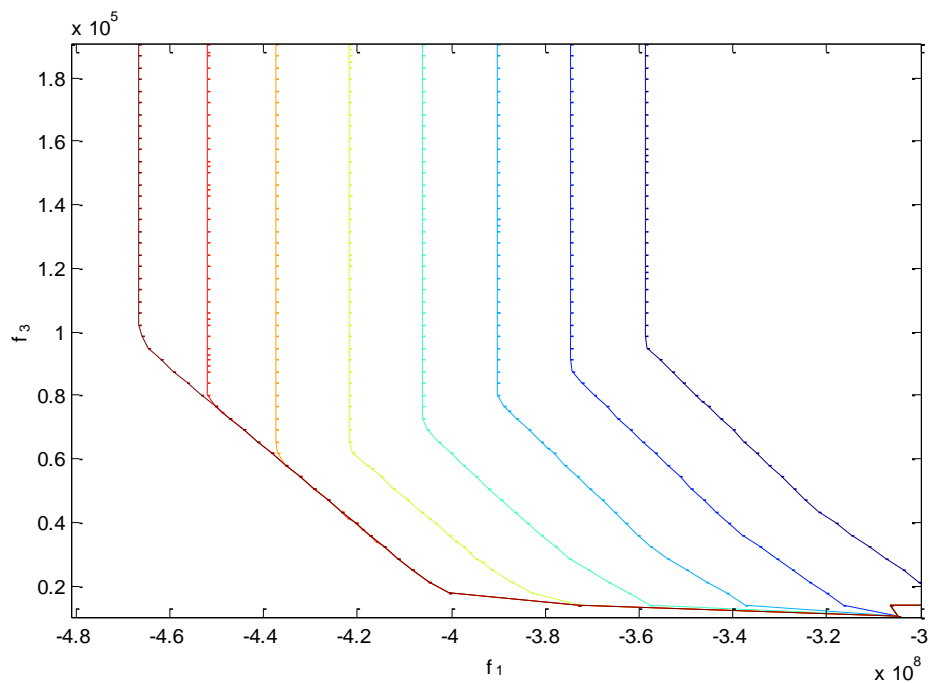
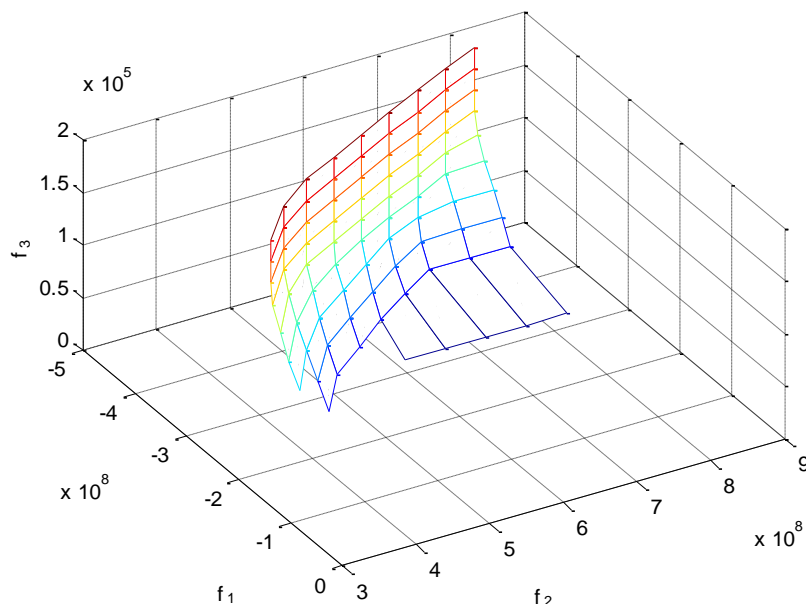


Figura 4-5. Líneas de contorno en tercera dimensión de la frontera eficiente para diferentes niveles de la función objetivo f_2 .



Por su parte, la tabla 4-4 muestra un conjunto de soluciones eficientes para el caso del análisis simultáneo de las tres funciones objetivo. Esta información es de gran utilidad para los actores interesados permitiendo hacer una mejor distribución del terreno al tener en cuenta los tres criterios de decisión.

De los puntos de operación históricos analizados en la tabla 4-3 se observa la disminución de las hectáreas sembradas de caña de azúcar, y las de ganadería, al igual que el incremento del cultivo de uva Isabella, llegando a una distribución 46 ha de caña de azúcar, 10 ha cultivo de uva Isabela, 1 ha cultivo de maracuyá y 6 ha para actividades ganaderas para el año 2016. Esto debido a consideraciones de tipo agronómico tales como sitios con mayor pedregosidad que dificultan la productividad del cultivo de la caña de azúcar, pero si aptos para el cultivo de uva Isabella.

Esta distribución, sin embargo, no es completamente eficiente, una alternativa sería realizar la distribución o solución eficiente F (46 ha de caña de azúcar, 6 ha cultivo de uva Isabela, 1 ha cultivo de maracuyá y 10 ha para actividades ganaderas) como se observa en la tabla 4-4, del análisis de funciones de forma simultaneas. Sin embargo, la diferencia entre el accionar del propietario y la solución eficiente recomendada no es muy

significativa. Esta solución alternativa, generaría un porcentaje de capital usado promedio de 60%, y un porcentaje de horas hombre usadas de 25 % superior a las disponibles. La mayoría de las soluciones eficientes mostraron que las horas de mano de obra siempre se exceden a las programadas.

Por esta razón, es necesario que el propietario tenga en cuenta este aspecto para planear una mayor disponibilidad de horas hombre al año. Finalmente, una lista más detallada de soluciones eficientes se encuentra disponible en el Anexo C.

Tabla 4-4. Una muestra de soluciones eficientes considerando simultáneamente las tres funciones objetivo. Las variables se enumeran de acuerdo al orden preestablecido de los cultivos.

Soluciones eficientes	f_1 (\$) Margen bruto	f_2 (\$) Riesgo económico	f_3 (horas/hombre)	x_1 (ha) caña	x_2 (ha) Uva	x_3 (ha) Maracuyá	x_4 (ha) Ganadería	% capital usado	% horas usadas
A	99 832 790	2 202 763 337	167 307	0	0	0	63	49%	172%
B	304 878 322	2 226 137 243	10 234	47	2	1	13	48%	100%
C	374 567 718	1 753 232 564	74 454	44	6	1	12	61%	131%
D	468 893 203	1 406 210 806	84 671	53	10	0	0	70%	134%
E	481 093 796	1 346 842 257	99 649	52	10	1	0	71%	140%
F	386 163 441	1 762 085 351	61 878	46	6	1	10	60%	125%
Media	345 853 166	1 787 037 241	87 263	40	6	1	16	60%	135%

Convenciones: f_1 Margen bruto, f_2 Riesgo económico predial, f_3 Optimización de mano de obra, x_1 Cultivo de caña de azúcar, x_2 Cultivo de uva Isabella, x_3 Cultivo de maracuyá, x_4 Actividades ganaderas, **ha** hectárea.

4.3 Análisis de sensibilidad

Con el fin de evaluar el efecto que tienen ciertos parámetros en el conjunto de soluciones eficientes se han considerado las siguientes variaciones:

- Incremento en las horas de mano de obra disponibles.
- Reducción de las hectáreas de tierra disponibles.

- Reducción del capital de trabajo disponible.

Este análisis se realizó variando un parámetro a la vez, dejando los demás constantes. Un incremento en las horas de mano de obra disponibles por año, genera que el porcentaje de uso de estas sea más razonable, como lo muestra la tabla 4-5.

El impacto que tiene esto es una reducción de las hectáreas cultivadas de caña de azúcar, y un aumento en el uso del terreno para la ganadería, como se observa en los valores promedio de las Tablas 4-5 y 4-6, respectivamente. Otro cambio que se observa es una reducción en el margen bruto y el riesgo económico predial.

Una reducción en el capital de trabajo disponible ocasiona que gran parte de las formulaciones generadas por el método de restricciones ϵ no sean factibles, indicando que este parámetro es un recurso crítico para la solución del problema. Un efecto de esta variación es el incremento del porcentaje de uso del mismo, como lo muestra la tabla 4-6. Esto también ocasiona que el porcentaje de horas de mano de obra usadas se reduzca, lo que se justifica en el sentido de que actividades menos intensivas en recursos tienden a ser predominantes, como se observa en una reducción de las hectáreas cultivadas de uva Isabella al comparar los resultados de las Tablas 4-5 y 4-7.

Un escenario interesante de analizar es la situación en donde se tiene escasez de tierra para realizar las actividades agropecuarias (tabla 4-7). En una situación de escases de este recurso se muestra que las actividades predominantes deberían ser el cultivo de la caña de azúcar, de uva Isabella, y en menor proporción la actividad de ganadería.

Tabla 4-5. Muestra de soluciones eficientes obtenidas al incrementar un 30 % las horas de mano de obra disponibles al año.

Soluciones eficientes	f_1 (\$)	f_2 (\$)	f_3 (horas/ hombre)	x_1 (ha) Caña	x_2 (ha) Uva	x_3 (ha)	x_4 (ha)	% capital usado	% horas usadas
-----------------------	---------------	---------------	-----------------------------	-----------------------	----------------------	---------------	---------------	-----------------------	----------------------

	Margen bruto medio	Riesgo económico					Mara cuyá	Gana dería		
A	417 864 520	819 474 379	21 241	50	7	1	5	63%	98%	
B	374 567 718	572 250 368	67 266	43	6	1	12	61%	101%	
C	481 093 796	819 474 379	67 266	52	10	1	0	71%	108%	
D	99 832 790	325 026 356	113 290	0	0	0	63	49%	132%	
E	374 567 718	572 250 368	113 290	43	6	1	13	61%	101%	
F	481 093 796	819 474 379	113 290	52	10	1	0	71%	108%	
Media	343 339 706	634 056 370	78 772	36	6	1	20	61%	108%	

Convenciones: f_1 Margen bruto, f_2 Riesgo económico predial, f_3 Optimización de mano de obra, x_1 Cultivo de caña de azúcar, x_2 Cultivo de uva Isabella, x_3 Cultivo de maracuyá, x_4 Actividades ganaderas, ha hectárea.

Tabla 4-6. Muestra de soluciones eficientes obtenidas al reducir el capital disponible en un 30 %, es decir, un escenario de escasez de recursos económicos.

Soluciones eficientes	f_1 (\$) Margen bruto medio	f_2 (\$) Riesgo económico	f_3 (horas/ hombre)	x_1 (ha) Caña	x_2 (ha) Uva	x_3 (ha) Mara cuyá	x_4 (ha) Gana dería	% capital usado	% horas usadas
A	417 864 520	819 474 379	21 241	50	7	1	5	63%	98%
B	374 567 718	572 250 368	67 266	43	6	1	12	61%	101%
C	481 093 796	819 474 379	67 266	52	10	1	0	71%	108%
D	99 832 790	325 026 356	113 290	0	0	0	63	49%	132%
E	374 567 718	572 250 368	113 290	43	6	1	13	61%	101%
F	481 093 796	819 474 379	113 290	52	10	1	0	71%	108%
Media	343 339 706	634 056 370	78 772	36	6	1	20	61%	108%

Convenciones: f_1 Margen bruto, f_2 Riesgo económico predial, f_3 Optimización de mano de obra, x_1 Cultivo de caña de azúcar, x_2 Cultivo de uva Isabella, x_3 Cultivo de maracuyá, x_4 Actividades ganaderas, ha hectárea.

Tabla 4-7. Muestra de soluciones eficientes obtenidas al reducir el terreno disponible en un 50 %, es decir, un escenario de escasez del recurso tierra.

Soluciones eficientes	f_1 (\$) Margen bruto	f_2 (\$) Riesgo Económico	f_3 (horas/ hombre)	x_1 (ha) Caña	x_2 (ha) Uva	x_3 (ha) Mara cuyá	x_4 (ha) Gana dería	% capital usado	% horas usadas
A	300 641 895	627 520 221	24 916	22	8	1	0	46%	99%
B	240 978 647	395 016 699	38 633	19	6	1	5	39%	89%
C	322 741 383	627 520 221	38 633	21	9	1	0	50%	110%
D	49 916 395	162 513 178	52 349	0	0	0	31	24%	86%
E	241 841 779	395 016 699	52 349	22	5	1	3	38%	82%
F	333 862 290	627 520 221	52 349	20	10	1	0	53%	115%
Media	231 224 020	441 517 404	41 376	17	6	1	7	40%	93%

Convenciones: f_1 Margen bruto, f_2 Riesgo económico predial, f_3 Optimización de mano de obra, x_1 Cultivo de caña de azúcar, x_2 Cultivo de uva Isabella, x_3 Cultivo de maracuyá, x_4 Actividades ganaderas, ha hectárea.

5. Conclusiones

- Se logró formular y validar el modelo de Programación Lineal Multiobjetivo propuesto. Con él se puede planificar de forma *ex ante* las áreas de terreno y la asignación de las producciones, mediante una modelación en la que se pueden analizar de forma simultánea múltiples objetivos y las restricciones propias del sistema, la simulación de las combinaciones más eficientes según el tipo de análisis que se proyecte, ayudando al agente decisor a tomar las decisiones previas a la ejecución de las actividades productivas.
- Para el caso de estudio las soluciones eficientes mostraron las combinaciones para las tres funciones de forma simultánea (maximización del margen bruto promedio, minimización del riesgo económico predial y la optimización de la mano de obra), independientemente de las condiciones edafoclimáticas de la finca, estas le servirán al propietario como guía, puesto que se lograron mediante el análisis de los datos históricos de sus producciones durante los 7 años estudiados.
- El análisis demostró que las actividades más determinantes para lograr un mejor margen bruto son la caña de azúcar y la uva Isabella, siendo el primero el que ocupa mayor área y el segundo el de mayores costos de producción. Para lograr mayor optimización de la mano de obra las actividades deben ser caña de azúcar y ganadería.
- Cuando se analizó de forma simultánea pares de funciones, los datos de la operación histórica del propietario, si bien no son eficientes al análisis Pareto optimo, si están muy cerca a esta frontera cuando el análisis es para las funciones de margen bruto y riesgo económico predial, teniendo en cuenta el capital disponible o proyectado para cada año por el propietario.

- En este caso de estudio, para los diferentes análisis, el factor limitante es la disponibilidad de mano de obra, según los datos de la empresa suministrados por el propietario.
- En el sector agropecuario no es común observar métodos como este para la distribución predial. Los modelos matemáticos proveen una guía de planificación a los agricultores, los cuales pueden articular con sus conocimientos sobre, por ejemplo, las plagas que se presentan dentro de un predio.
- Para realizar este tipo de estudio los mayores limitantes que se tienen para aplicar los modelos de programación lineal multiobjetivo, son la falta de información en la empresa agropecuaria y de técnicos agropecuarios con los conocimientos matemáticos y de Tics, al igual que de equipos interdisciplinarios que permitan abordar simultáneamente mayor información, para la planeación *ex - ante* de forma holística y sostenible.

6.Recomendaciones

- La aplicación de este modelo multiobjetivo, permite realizar una planificación del uso de la tierra, de los recursos disponibles y sus restricciones para que los empresarios agropecuarios que tengan la información requerida para su aplicación, puedan tomar las decisiones más acertadas sin que se requiera haber ejecutado sus proyectos con los riesgos y consecuencias que se corren en el sector agropecuario, logrando así mejores rendimientos y una adecuada planificación de sus producciones, teniendo como base sus históricos de producción.
- Se recomienda en futuros estudios incorporar mayor información como temas ambientales, sociales, mercados, ampliando el estudio a regiones y nivel nacional a través de las entidades encargadas de la planificación de este sector económico.
- Sería importante que la Universidad, el SENA y otras instituciones de formación para el campo, incorporaran estos temas de modelación en sus programas de formación, teniendo en cuenta los beneficios que esta ciencia ha proporcionado en las diferentes áreas de producción, social y ambiental. Además, crear líneas de investigación que incluyan este tema. Realizando la socialización a los productores para que conozcan las bondades de su aplicación.
- Otra aplicación debería ser para la planificación de los entes gubernamentales que se encargan de realizar la planificación del sector agropecuario de nuestro país.

Anexo A: Formulación compacta del problema de optimización

La formulación del modelo de programación lineal multiobjetivo contiene la siguiente notación:

Conjuntos

C Tipos de actividades agropecuarias con las cuales se puede utilizar el terreno disponible.

Parámetros

T Número de periodos del horizonte de análisis.

m_{ij} Margen bruto [\$/ha] generado por la actividad agropecuaria i obtenido en el año j , $i \in C, j = 1, 2, \dots, T$.

\bar{m}_i Margen bruto medio [\$/ha] generado por la actividad agropecuaria i en el año j , $i \in C, j = 1, 2, \dots, T$. Note que $\bar{m}_i = (1/T) \sum_{j=1}^T m_{ij}$.

a_{ij} Horas hombre por hectárea por año [h/ha-año] requeridas para operar la actividad agropecuaria i en el año j , $i \in C, j = 1, 2, \dots, T$.

h_j Disponibilidad de horas [h] de mano de obra totales en el año j , $j = 1, 2, \dots, T$.

q_i Capital requerido [\$/ha] para trabajar una hectárea de la actividad agropecuaria i , $i \in C$.

S Disponibilidad de terreno [ha] para realizar las actividades agropecuarias.

K_j Capital disponible [\$] en el año j , $j = 1, 2, \dots, T$.

N_i Número mínimo de hectáreas a considerar para la actividad agropecuaria i , $i \in C$.

Variables de decisión

x_i Cantidad de hectáreas de tierra dedicadas a la actividad agropecuaria $i, i \in C$.

Formulación de las funciones objetivo

Maximización del margen bruto

En primera instancia se pretende maximizar el margen bruto promedio total. Dicho margen bruto promedio total puede calcularse como sigue:

$$\max \sum_{i \in C} \bar{m}_i x_i.$$

Minimización del riesgo económico predial

Se tomará como referencia el modelo de Hazell (1971) y Bocco, Sayago, y Tártaro (2002), asumiendo el riesgo como la sumatoria de las desviaciones absolutas de los márgenes brutos de cada alternativa productiva, con respecto al promedio del margen bruto de cada una de ellas para cada año, en el periodo de 6 años de estudios (2010 a 2016). De esta forma, este objetivo queda formulado de la siguiente manera:

$$\min \sum_{j=1}^T \left| \sum_{i \in C} m_{ij} x_i - \bar{m}_i x_i \right|.$$

Observe que la función objetivo anterior es una función no lineal; sin embargo, se conoce una formulación lineal equivalente para dicha función. Para esto sean n_j y $p_j, j = 1, 2, \dots, T$, dos nuevas variables de decisión (ver también Ignizio (1976)). La formulación equivalente requiere también la adición de un nuevo conjunto de restricciones como sigue:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^T n_j + p_j, \\ \text{s. a.} \quad & \sum_{i \in C} m_{ij} x_i - \bar{m}_i x_i = n_j - p_j, \quad \forall j = 1, 2, \dots, T. \end{aligned}$$

Optimización de la mano de obra contratada

Para abordar este objetivo, es necesario conocer las exigencias de mano de obra según ciclo agrícola, de cada uno de los sistemas de cultivo y el agroecosistema de ganadería para producción de leche, durante el periodo de estudio (2010 a 2016). En este sentido, se pretende que el tiempo de trabajo se ajuste lo más posible al tiempo disponible al año evitando tiempos ociosos o uso de tiempo extra no programado. La función objetivo quedaría formulada como sigue

$$\min \sum_{j=1}^T \left| \sum_{i \in C} a_{ij} x_i - h_j \right|.$$

Al igual que la función objetivo anterior, esta función es no lineal, su transformación a una función lineal equivalente se realiza añadiendo las variables adicionales r_j y $s_j, j = 1, 2, \dots, T$, y un conjunto de restricciones adicionales. En este sentido el problema modificado es:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^T r_j + s_j, \\ \text{s. a.} \quad & \sum_{i \in C} a_{ij} x_i - h_j = r_j - s_j, \quad \forall j = 1, 2, \dots, T. \end{aligned}$$

Restricciones del sistema

En primera instancia se tienen restricciones de terreno disponible. En este sentido el terreno usado para las distintas actividades agropecuarias debe coincidir con el terreno disponible. Esta restricción queda formulada como sigue:

$$\sum_{i \in C} x_i = S.$$

Por otro lado, las restricciones de capital implican que el costo de operar cada actividad agropecuaria no debe exceder el capital disponible por año. Esto es:

$$\sum_{i \in C} c_i x_i \leq K_j, \quad \forall j = 1, 2, \dots, T.$$

Por último, se tienen restricciones acerca del número de hectáreas mínimos a considerar en cada tipo de actividad agropecuaria.

$$x_i \geq N_i, \quad \forall i \in C.$$

De esta forma, la formulación matemática del modelo sería la siguiente:

$$\min \quad f_1 = - \sum_{i \in C} \bar{m}_i x_i,$$

$$\min \quad f_2 = \sum_{j=1}^T n_j + p_j,$$

$$\min \quad f_3 = \sum_{j=1}^T r_j + s_j,$$

$$\text{s. a.} \quad \sum_{i \in C} m_{ij} x_i - \bar{m}_i x_i = n_j - p_j, \quad \forall j = 1, 2, \dots, T,$$

$$\sum_{i \in C} a_{ij} x_i - h_j = r_j - s_j, \quad \forall j = 1, 2, \dots, T,$$

$$\sum_{i \in C} c_i x_i \leq K_j, \quad \forall j = 1, 2, \dots, T,$$

$$\sum_{i \in C} x_i = S,$$

$$x_i \geq N_i, \quad \forall i \in C,$$

$$x_i, n_j, p_j, r_j, s_j \geq 0, \quad \forall i \in C, j = 1, 2, \dots, T.$$

Anexo B. Código en MATLAB del método restricciones ϵ

```

clear all
close all
clc

load Parameters

% Se asume que todos los datos están guardados en el archivo denominado
% "Parameters". Este contiene A, Aeq, b, beq, F.

LB = zeros(size(F,1),1);
k = size(F,2); % Number of objectives
n = 3; % Number of Pareto points
options = optimoptions('linprog', 'display','off'); % Ajuste del
algoritmo de programación lineal

% Construcción de la tabla de pagos
PayoffTable = zeros(k,k);
for i = 1:k
    [x, fval] = linprog(F(:,i), A, b, Aeq, beq, LB, [], [], options);
    AeqNew = cat(1,Aeq,F(:,i)');
    beqNew = cat(1, beq, fval);
    for j = 1:k
        if i == j
            PayoffTable(i,j) = fval;
        else
            [x1, fval1] = linprog(F(:,j), A, b, AeqNew, beqNew, LB, [],
            [], options);
            PayoffTable(i,j) = F(:,j)'*x1;
            if isempty( linprog(F(:,j), A, b, cat(1, AeqNew, F(:,j)'),
            cat(1, beqNew, fval1), LB, [], [], options) ) == 0
                beqNew = cat(1, beqNew, fval1);
                AeqNew = cat(1, AeqNew, F(:,j)');
            end
        end
    end
end

% Construcción de la lista de valores epsilon
eps_min = min(PayoffTable(:,2:end));
eps_max = max(PayoffTable(:,2:end));
eps = zeros(n,k-1);
for i = 2:k
    eps(:,i-1) = eps_min(i-1):(eps_max(i-1) - eps_min(i-1))/(n-
    1):eps_max(i-1);
end

```

```
% Resolución del problema para cada valor de epsilon
fval1 = zeros(n,n);
fval2 = zeros(n,n);
fval3 = zeros(n,n);
rXi = 10e-6*(eps_max - eps_min);
F = cat( 1, F, [rXi 0] );

A = cat( 2, A, zeros(size(A,1),1) );
LB = [LB; 0];
for i = 1:n
    for j = 1:n
        AeqNew = cat(2, Aeq, zeros(size(Aeq,1),1));
        AeqNew = cat(1, AeqNew, [F(1:end-1,2:end)', ones(k-1,1)]);
        beqNew = cat(1, beq, [eps(i,1);eps(j,2)]);
        [x, ~, exitflag] = linprog(F(:,1), A, b, AeqNew, beqNew, LB, [],
[],options);

        if exitflag ~= 1; % Consideración de soluciones factibles
            fval1(i,j) = inf;
            fval2(i,j) = inf;
            fval3(i,j) = inf;
        else
            fval1(i,j) = F(:,1)'*x;
            fval2(i,j) = F(:,2)'*x;
            fval3(i,j) = F(:,3)'*x;

            % Para el reporte de resultados
            FVALS = [F(:,1)'*x, F(:,2)'*x, F(:,3)'*x];
            XVALS = x(1:4)';
            PH = mean(Aeq(7:12,1:4)*x(1:4)./beq(7:12));
            CU = mean(A(1:6,1:4)*x(1:4)./b(1:6));
            Sol(n*(j-1)+i,:) = [FVALS, XVALS, CU, PH];
        end
    end
end

end

% Grafica de los resultados
n = 15;
v = eps_min(2-1):(eps_max(2-1) - eps_min(2-1))/(n-1):eps_max(2-1);
contour(fval1, fval3, fval2, v, 'ShowText','on');
xlabel('$f_1$', 'Interpreter','latex')
ylabel('$f_3$', 'Interpreter','latex')

figure;
mesh(fval1, fval2, fval3)
xlabel('$f_1$', 'Interpreter','latex')
ylabel('$f_2$', 'Interpreter','latex')
zlabel('$f_3$', 'Interpreter','latex')
```

Anexo C. Lista detallada de soluciones eficientes

f_1	f_2	f_3	x_1	x_2	x_3	x_4	% capital usado	% horas usadas
432 735 715	686 454 854	81 432	52	10	1	0	1	1
425 611 610	686 454 854	73 457	52	10	1	0	1	1
418 437 130	686 454 854	65 481	53	9	1	0	1	1
410 734 100	686 454 854	57 506	53	9	1	0	1	1
406 388 765	632 021 666	81 432	48	9	1	4	1	1
404 735 152	632 021 666	73 457	50	9	1	3	1	1
403 081 538	632 021 666	65 481	51	9	1	2	1	1
402 184 239	686 454 854	49 531	54	8	1	0	1	1
401 427 924	632 021 666	57 506	52	8	1	2	1	1
399 445 031	632 021 666	49 531	53	8	1	0	1	1
393 634 377	686 454 854	41 556	54	7	1	0	1	1
393 634 377	632 021 666	41 556	54	7	1	0	1	1
385 084 516	686 454 854	33 580	55	7	1	0	1	1
385 084 516	632 021 666	33 580	55	7	1	0	1	1
380 041 817	577 588 478	81 432	45	8	1	8	1	1
378 388 203	577 588 478	73 457	46	8	1	7	1	1
376 734 589	577 588 478	65 481	48	8	1	6	1	1
376 534 655	686 454 854	25 605	55	6	1	0	1	1
376 534 652	632 021 666	25 605	55	6	1	0	1	1
375 080 975	577 588 478	57 506	49	7	1	6	1	1
373 427 362	577 588 478	49 531	50	7	1	5	1	1
371 771 353	577 588 478	41 556	51	7	1	4	1	1
369 588 577	577 588 478	33 580	52	6	1	3	1	1
367 984 794	632 021 666	17 630	56	6	1	0	1	1
367 984 794	686 454 854	17 630	56	6	1	0	1	1
367 405 799	577 588 478	25 605	54	6	1	2	1	1
365 223 023	577 588 478	17 630	55	6	1	0	1	1
353 694 868	523 155 290	81 432	42	7	1	12	1	1
352 041 254	523 155 290	73 457	43	7	1	11	1	1
350 387 641	523 155 290	65 481	44	7	1	11	1	1
348 734 027	523 155 290	57 506	45	6	1	10	1	1
347 080 413	523 155 290	49 531	47	6	1	9	1	1
345 426 799	523 155 290	41 556	48	6	1	8	1	1
343 773 185	523 155 290	33 580	49	6	1	7	1	1
341 914 899	523 155 290	25 605	50	5	1	6	1	1
339 448 584	523 155 290	17 630	52	5	1	5	1	1
326 371 656	468 722 103	81 432	40	6	1	16	1	1
325 694 306	468 722 103	73 457	40	6	1	16	1	1
324 040 692	468 722 103	65 481	41	6	1	15	1	1

322 387 078	468 722 103	57 506	42	5	1	14	1	1
320 733 464	468 722 103	49 531	43	5	1	13	1	1
319 079 851	468 722 103	41 556	45	5	1	12	1	1
317 426 237	468 722 103	33 580	46	5	1	11	1	1
315 772 623	468 722 103	25 605	47	4	1	10	1	1
313 422 410	468 722 103	17 630	48	4	1	9	1	1
298 767 529	414 288 915	81 432	37	5	1	19	1	1
298 767 529	414 288 915	73 457	37	5	1	19	1	1
297 693 743	414 288 915	65 481	38	5	1	19	1	1
296 040 129	414 288 915	57 506	39	4	1	18	1	1
294 386 516	414 288 915	49 531	40	4	1	17	1	1
292 732 902	414 288 915	41 556	41	4	1	16	1	1
291 079 288	414 288 915	33 580	43	4	1	15	1	1
288 870 139	414 288 915	25 605	44	3	1	14	1	1
286 441 666	414 288 915	17 630	46	3	1	13	1	1
271 163 402	359 855 727	65 481	35	4	1	23	1	1
271 163 402	359 855 727	81 432	35	4	1	23	1	1
271 163 402	359 855 727	73 457	35	4	1	23	1	1
269 693 181	359 855 727	57 506	36	4	1	22	1	1
268 039 567	359 855 727	49 531	37	3	1	21	1	1
266 385 953	359 855 727	41 556	38	3	1	20	1	1
264 271 175	414 288 915	9 655	46	2	1	14	0	1
264 271 174	632 021 666	9 655	46	2	1	14	0	1
264 271 174	577 588 478	9 655	46	2	1	14	0	1
264 271 174	523 155 290	9 655	46	2	1	14	0	1
264 271 174	686 454 854	9 655	46	2	1	14	0	1
264 271 174	468 722 103	9 655	46	2	1	14	0	1
264 205 829	359 855 727	33 580	40	3	1	19	1	1
261 777 356	359 855 727	25 605	41	2	1	18	1	1
259 348 884	359 855 727	17 630	43	2	1	17	1	1
243 559 276	305 422 540	81 432	33	3	1	26	1	1
243 559 276	305 422 540	65 481	33	3	1	26	1	1
243 559 276	305 422 540	73 457	33	3	1	26	1	1
243 346 232	305 422 540	57 506	33	3	1	26	1	1
241 692 618	305 422 540	49 531	34	2	1	25	1	1
239 541 519	305 422 540	41 556	35	2	1	24	1	1
237 113 047	305 422 540	33 580	37	2	1	23	1	1
234 684 574	305 422 540	25 605	39	1	1	22	0	1
232 256 101	305 422 540	17 630	40	1	1	20	0	1
215 955 149	250 989 352	65 481	30	1	1	30	1	1
215 955 149	250 989 352	73 457	30	1	1	30	1	1
215 955 149	250 989 352	81 432	30	1	1	30	1	1
215 955 149	250 989 352	57 506	30	1	1	30	1	1
214 877 210	250 989 352	49 531	31	1	1	29	1	1
212 448 737	250 989 352	41 556	33	1	1	28	0	1
210 020 264	250 989 352	33 580	34	1	1	27	0	1

207 591 792	250 989 352	25 605	36	0	1	25	0	1
161 764 229	196 556 164	81 432	26	0	0	36	0	1
161 764 229	196 556 164	65 481	26	0	0	36	0	1
161 764 229	196 556 164	49 531	26	0	0	36	0	1
161 764 229	196 556 164	73 457	26	0	0	36	0	1
161 764 229	196 556 164	57 506	26	0	0	36	0	1

Bibliografía

- Alcaldía de Ginebra, V. del C. (2017). Sitio Oficial del Municipio de Ginebra, Valle del Cauca, Colombia. Recuperado 25 de enero de 2017, a partir de http://www.ginebra-valle.gov.co/informacion_general.shtml
- Alvarado Boirivant, J. (2009). La programación lineal aplicación de las pequeñas y medianas empresas. *Rev. Reflexiones*, 88(1), 89-105. Recuperado a partir de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/reflexiones/article/view/11511/10857>
- Alvarado Boirivant, J. (2011). El análisis Post-Optimal en Programación Lineal Aplicada a la Agricultura. *Reflexiones*, 90(1), 161-173. Recuperado a partir de <http://www.redalyc.org/pdf/729/72918776010.pdf>
- Anghinoni, i., moraes, a., carvalho, p. C. F., souza, e. D., conte, o., & lang, c. R. (2012). Benefícios da integração lavoura-pecuária sobre a fertilidade do solo em sistema plantio direto. Recuperado 23 de mayo de 2018, a partir de <https://es.scribd.com/document/142666006/anghinoni-2011-beneficios-da-integracao-lavoura-pecuaria-sobre-a-fertilidade-do-solo-em-sistema-plantio-direto>
- Arancibia, S., Contreras, E., Mella, S., Torres, P., & Villablanca, I. (2005). *Evaluación Multicriterio: aplicación para la formulación de proyectos de infraestructura deportiva*. Santiago de Chile. Recuperado a partir de <http://www.dii.uchile.cl/~ceges/publicaciones/ceges48.pdf>
- Aranda Pinilla, J. A., & Orjuela Castro, J. A. (2015). Optimización multiobjetivo en la gestión de cadenas de suministro de biocombustibles TT - Una revisión de la literatura Multiobjective optimization in biofuel supply chain management. A review of the literature. *Ingeniería*, 20(1), 21-47. Recuperado a partir de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-750X2015000100004&lang=pt

- ASOCAÑA. (2017). El sector azucarero Colombiano en la actualidad. Recuperado 25 de mayo de 2018, a partir de <http://www.asocana.org/publico/info.aspx?Cid=215>
- Azuara, G. (2017). *Modelo Multiobjetivo De Asignación Sostenible De Usos Del Suelo Tesis Doctoral Presentada por*. Universidad de Córdoba. Recuperado a partir de www.uco.es/publicaciones
- Balbino, L. C., Porfírio-da-Silva, V., Kichel, A. N., Rosinha, R. O., & Costa, J. A. (2011). *Documentos 303: Manual Orientador para Implantação de Unidades de Referência Tecnológica de Integração Lavoura-Pecuária- Floresta – URT iLPF. Embrapa Cerrados. Documentos 303. Planaltina-DF.* <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Baltazar, J. (2011). Programación lineal. Mexico: Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Escuela Superior Huejutla, México. Recuperado a partir de https://www.uaeh.edu.mx/docencia/P_Presentaciones/huejutla/sistemas/programa_e_struc/pro_lineal.pdf
- Banco Agrario de Colombia. (2015, noviembre). Colombia: Perspectivas macro del sector agropecuario en 2015 – 2016. *Investigaciones Economicas*, 4. Recuperado a partir de <https://www.bancoagrario.gov.co/EstudiosEconomicos/ComEconomicos/CE20151127.pdf>
- Barón, J. (2013). *Modelo de Programación Matemática para la cadena de Biocombustibles Biodiesel, en el departamento del Meta, Colombia.*
- Barros, J. A. (2016). *Evaluacion Ex-ante y Ex-post del uso de modelos de simulación un estudio de casos.* Universidad de Chile. Recuperado a partir de <http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/140681/Evaluacion-ex-ante-y-ex-post-del-uso-de-modelos-de-simulacion-un-estudio-de-casos.pdf?sequence=1>

- Bocco, M., Sayago, S., & Tártara, E. (2002). Modelos multicriterio: una aplicación a la selección de alternativas productivas. *Agricultura Técnica*, 62(3), 450-462. <https://doi.org/https://dx.doi.org/10.4067/S0365-28072002000300010>
- Botero, P. J., Rodríguez, J., & Rodríguez, C. (2006). Paisajes y territorio ancestral de Palmira Valle del Cauca,. En *Territorio ancestral, rituales funerarios y chamanismo en Palmira prehispánica*. Departamento de Antropología. Recuperado a partir de www.bdigital.unal.edu.co/1552/2/01P
- CDIM-ESAP. (2017). La planificación del uso de la tierra. Sistema de documentacion en informacion municipal. Recuperado 2 de febrero de 2017, a partir de <http://cdim.esap.edu.co/BancoMedios/Documentos PDF/la planificacion del uso de la tierra.pdf>.
- CEPAL. (2013). *Gestión integral de riesgos y seguros agropecuarios en Centroamérica y la República Dominicana: Situación actual y líneas de acción potenciales*.
- CONPES. (2014). Documento CONPES: política para el desarrollo integral de la orinoquia: altillanura -fase i. Bogota, Colombia: Consejo Nacional de Política Económica y Social . Recuperado a partir de <https://ceo.uniandes.edu.co/images/Documentos/Conpes Altillanura 2014.pdf>
- Coronel, M., & Araujo, P. (2004). *La Programación Lineal Aplicada Al Manejo Forestal, Economía y Administración forestal, Facultad de ciencias Forestales, Universidad Nacional de Santiago del Estero, Argentina*. Recuperado a partir de <http://fcf.unse.edu.ar/archivos/series-didacticas/SD-10-Programacion-lineal-RENOLFI.pdf>
- Corporacion PBA, & ECOPETROL. (2012). *Planificacion Predial Participativa/ Ordenando la finca para mejorar la producción*. Bogota, Colombia. Recuperado a partir de <http://www.corporacionpba.org/portal/sites/default/files/Planificación Predial Participativa.pdf>

- DANE, & ENA. (2014). Boletín Técnico: Encuesta nacional agropecuaria. Bogotá, Colombia: DANE. Recuperado a partir de https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/agropecuario/enda/ena/2014/boletin_e_na_2014.pdf
- DNP. (2011). Bases del Plan nacional de desarrollo 2010-2014. Bogotá, Colombia: Departamento Nacional de Planeación. Recuperado a partir de https://colaboracion.dnp.gov.co/CDT/PND/Bases_PND_2010-2014_Versión_5_14-04-2011_completo.pdf
- DNP. (2013). *Manual de Soporte Conceptual Metodología General de Formulación y Evaluación de Proyectos de Inversión Pública, Dirección de Inversiones y Finanzas Públicas*. Bogotá D.C. Recuperado a partir de <https://www.sgr.gov.co/LinkClick.aspx?fileticket=sGf0xqep7Og%3D&tabid...>
- Eiselt, H. A., & Sandblom, C. L. (2007). *Linear programming and its applications*. Springer Science & Business Media. Recuperado a partir de http://ruangbacafmipa.staff.ub.ac.id/files/2012/02/ebooksclub.org__Linear_Programming_and_its_Applications.pdf
- Eisgruber, L. M., & Reisch, E. (1961). A note on the application of linear programming by agricultural economics departments of land grant colleges. *Journal of Farm Economics*, 43(2), 303-307.
- El País. (2017, mayo 7). Estos diez cultivos podrían transformar al Valle del Cauca. *Periodico El País noticias de Economía*, p. 1. Recuperado a partir de <http://www.elpais.com.co/economia/estos-diez-cultivos-podrian-transformar-al-valle-del-cauca.html>
- El Tiempo. (2016). Casa Domecq intensificará el cultivo de uva Isabella. Recuperado 25 de mayo de 2018, a partir de <http://www.eltiempo.com/colombia/cali/casa-domecq-intensificara-el-cultivo-de-uva-isabella-37643>

Escobar, J. D., & Rivas, D. A. (2013). *Modelos de optimización estocástica en la generación térmica de energía eléctrica*. Universidad de el Salvador. Recuperado a partir de <http://ri.ues.edu.sv/id/eprint/9805/1/19200968.pdf>

Estupiñan, F. (2017, enero 7). Más sombras que luces para el agro en el 2017. *El Espectador*, p. 1. Recuperado a partir de <https://www.elespectador.com/noticias/economia/mas-sombras-luces-el-agro-el-2017-articulo-673662>

FAO. (2014). *La gestión de riesgos climáticos catastróficos para el sector agropecuario en México: Caso del componente para la atención a desastres naturales para el sector agropecuario*. Mexico. Recuperado a partir de <https://coin.fao.org/coin-static/cms/media/20/13954329605800/cadena.pdf>

FAO. (2017). El futuro de la alimentación y la agricultura: Tendencias y desafíos. Organización de las Naciones Unidas para la alimentación y la agricultura. Recuperado a partir de <http://www.fao.org/3/a-i6881s.pdf>

FEDEGAN. (2018). Ganadería Colombiana Sostenible. Recuperado 25 de mayo de 2018, a partir de <http://www.fedegan.org.co/programas/ganaderia-colombiana-sostenible>

Fernández, B. G., & Escribano, C. M. (2014). Decision Theory: state of the art after three hundred years. *Boletín de Estadística e Investigación de Operaciones*, 30(3), 292-312. Recuperado a partir de http://www.seio.es/BEIO/files/BEIOVol30Num3_HistoriayEnsenanza.pdf

FINAGRO. (2014). *Perspectiva del sector agropecuario Colombiano*. Bogota, Colombia. Recuperado a partir de https://www.finagro.com.co/sites/default/files/2014_09_09_perspectivas_agropecuarias.pdf

- Fonseca, F. (2018). Este es el talón de aquiles del sector agropecuario Colombiano. Recuperado 30 de mayo de 2018, a partir de <https://www.dinero.com/edicion-impresa/pais/articulo/fallas-del-sector-agropecuario-en-colombia/256769>
- Frank, R. G., George, B., & Dantzig. (2014). *La programación lineal y el sector agrario, Reconocimiento de la Sociedad Argentina a los Referentes del Cambio realizada a través del programa "Argentina, Sociedad Anónima"*. Recuperado a partir de http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/61381/Documento_completo.Dantzig_la_programacion_lineal.pdf-PDFA.pdf?sequence=1%0A
- Frank, R. (2001). Planeamiento de la empresa con programación lineal. Documento de Administración Rural. Facultad de Agronomía. Universidad de Buenos Aires. FAUBA. Buenos Aires. Buenos Aires: Documento de Administración Rural. Facultad de Agronomía.
- FUNDESYRAM. (2011). ¿Cómo enseñar a tomar decisiones acertadas? Proceso para la toma de decisiones. Recuperado 18 de enero de 2019, a partir de <https://docplayer.es/8325795-Proceso-para-tomar-decisiones.html>
- García, G. (2017). Programación por metas: explicación y ejemplo -. Recuperado 18 de enero de 2019, a partir de <https://naps.com.mx/blog/programacion-por-metas-explicacion-y-ejemplo/>
- Getán, J., & Boj, E. (2014). Programación lineal. Barcelona: Universitat de Barcelona. Recuperado a partir de http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/21824/7/Programación_lineal.pdf
- Gobernación de Antioquia. (2014). *Manual técnico del cultivo de maracuyá bajo buenas practicas agricolas* (1.^a ed.). Medellín, Colombia: Francisco Velez. Recuperado a partir de http://conectarural.org/sitio/sites/default/files/documentos/maracuya_BPA_0.pdf
- Gutiérrez, H., & Buitrago, J. (1974). *Cálculo de raciones de mínimo costo para cerdos en zonas tropicales, CIAT Cali Colombia*. Recuperado a partir de

<https://cgspace.cgiar.org/bitstream/handle/10568/72056/156.pdf?sequence=1>

Guzman, J. (2016, abril 12). Colombia duplicaria su produccion de uva y el valle del cauca es el líder. *Agronegocios*, p. 1. Recuperado a partir de <https://www.agronegocios.co/agricultura/colombia-duplicaria-su-produccion-de-uva-y-el-valle-del-cauca-es-el-lider-2621888>

Guzmán, N. L. (2010). *Modelo logístico de transporte de caña para un trapiche panelero*, Universidad Pontificia Bolivariana Colombia – Palmira.

Hausmann, R., Rodrik, D., & Velasco, A. (2005). Growth Diagnostics. Estados Unidos: John F. Kennedy School of Government Harvard University. Recuperado a partir de <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.446.2212&rep=rep1&type=pdf>

Hazell, P. (1971). A linear alternative of quadratic and semivariance programming for farming planing under uncertainty. *Am. J. Agric. Econ*, 53, 53-62. Recuperado a partir de https://www.researchgate.net/profile/Peter_Hazell2/publication/247566370_A_Linear_Alternative_to_Quadratic_and_Semi_Variance_Programming_for_Farm_Planning_Under_Uncertainty/links/551acdd90cf2fdce8437f1af.pdf

Heady, E. O. (1954). Simplified presentation and logical aspects of linear programming technique. *Journal of Farm Economics*, 36(5), 1035-1048.

Hurtado, F. (1999). *Programación lineal multiobjetivo aplicado a sistemas campesinos: simulación de efectos medioambientales*. Peru: Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. Recuperado a partir de <http://www.unsaac.edu.pe/investigacion/iiur/librosiiur/programacionMultilineal.pdf>

- ICA. (2011). El cultivo de maracuyá (*Passiflora edulis*) en temporada invernal. Bogotá, Colombia: Produmedios. Recuperado a partir de <https://www.ica.gov.co/getattachment/a814b577-c0c0-4369-8ecd-4f01f971cf99/El-cultivo-de-maracuya-en-temporada-invernal.aspx>
- ICA. (2012). Manejo fitosanitario del cultivo de la vid (*Vitis vinifera* y *V. labrusca*): Medidas para la temporada invernal. Bogotá, Colombia: Produmedios. Recuperado a partir de <https://www.ica.gov.co/getattachment/cfd74811-9005-41ca-87b3-57b7984c5afb/Manejo-fitosanitario-del-cultivo-de-la-vid.aspx>
- IGAC. (2016). INSTITUTO GEOGRAFICO AGUSTIN CODAZI. Recuperado 27 de enero de 2016, a partir de <https://www.igac.gov.co/>
- Ignizio, J. P. (1976). *Goal programming and extensions*. MA: Lexington Books.
- Jiménez, L. G. (2009). Decisiones multicriterio y análisis multiobjetivo. En Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales (Ed.), *Optimizacion* (1.^a ed., p. 85). Manizales: Universidad Nacional de Colombia- Sede manizales. Recuperado a partir de http://bdigital.unal.edu.co/5031/52/guillermojimenezlozano.2009_Parte6.pdf
- Jimenez Lozano, G. (2010). *Investigación Operativa I. Universidad de Granada*. Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales. Recuperado a partir de <http://www.bdigital.unal.edu.co/5024/2/guillermojimenezlozano.1999.pdf>
- Jürgen, B., Kalyanmoy, D., Kaisa, M., & Roman, S. (2008). *Multiobjective optimization*. Berlin Heidelberg:Springer.
- Kichel, A. N., Costa, J. A. A., Almeida, R. G., & Paulino, V. T. (2014). Sistema de integração lavoura-pecuária-floresta (ILPP) - Experiencia no Brasil. *Boletim de Indústria Animal*. <https://doi.org/10.17523/bia.v71n1p94>
- Kohout, J. C., & Cainelli C. (1964). *Principios básicos de la programación lineal y su aplicación en agricultura*. IDIA.

Koopmans, T. (1951). Analysis of production as an efficient combination of activities. *Activity Analysis of Production and Allocations*, 13, 33-97.

Leibovich, J., & Estrada, L. (2009). Competitividad del sector agropecuario colombiano Capitulo IV. Colombia. Recuperado a partir de <https://compite.com.co/wp-content/uploads/2017/05/208Agro.pdf>

Lopez, C. (2014). Los 10 cuellos de botella del sector agropecuario | Finanzas | Economía | Portafolio. Recuperado 24 de mayo de 2018, a partir de <http://www.portafolio.co/economia/finanzas/10-cuellos-botella-sector-agropecuario-60292>

Lopez, J. (2013). *Optimización multiobjetivo: aplicaciones a problemas del mundo real*. Universidad Nacional de la Plata. Recuperado a partir de https://issuu.com/gibelino/docs/optimizaci__n_multi-objetivo._aplic

MADR. (2017). Implementacion politica para mejorar la competitividad del sector lacteo nacional. Bogota, Colombia: Ministerio de agricultura y desarrollo rural, Ministerio de Comercio. Recuperado a partir de <https://www.minagricultura.gov.co/ministerio/direcciones/Documents/Juan-Manuel/INFORME UE FASE 2 -TERCER TRAMO VARIABLE %28JUNIO 7 2017%29 %281%29.pdf>

Maino, M., Pittet, J., & Kobrich, C. (1993). *Programación Multicriterio: Un Instrumento Para El Diseño De Sistemas De Producción. Red Internaciona de Metodologia de investigacion de sistemas de produccion*. Santiago de Chile. Recuperado a partir de <https://idl-bnc-idrc.dspacedirect.org/bitstream/handle/10625/14853/100364.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Martin, S. (2017). Tema 8: Toma de Decisiones Multicriterio. Recuperado 10 de abril de 2017, a partir de <http://ocw.upm.es/estadistica-e-investigacion-operativa/tecnicas-de>

- investigacion-operativa-en-ingenieria/Contenido/Materiales/t8.1toma-de-decisiones
- Martínez, A. L. (2009). NRC vs. INRA to formulate rations based on dry roughages and pelleted concentrates for leisure horses. *Archivos de zootecnia*, 58(223), 333-344. Recuperado a partir de <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-67650489390&partnerID=40&md5=7fe9ae530b4b73c5b8984b9c199a4871>
- Martínez, M. (2012). *Características básicas de los problemas de Programación Lineal* (No. 29). Recuperado a partir de <http://publicacionesdidacticas.com/hemeroteca/articulo/029024/articulo-pdf>
- Mateo, P. M., & Lahoz, D. (2009). Programación Lineal III. Análisis Post-optimal. Zaragoza: Programación Lineal III. Recuperado a partir de <https://ocw.unizar.es/ocw/enseñanzas-tecnicas/modelos-de-investigacion-operativa/ficheros/OCWSensiPara.pdf>
- Matthias, E. (2005). *Multicriteria Optimization*. Berlin: Springer.
- Mavrotas, G. (2009). Effective implementation of the ϵ -constraint method in Multi-Objective Mathematical Programming problems. *Applied Mathematics and Computation*, 213(2), 455-465. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2009.03.037>
- MMA, & A. (2014). *Guía para la evaluación ex ante de proyectos de riego* (1.^a ed.). Bolivia: Ministerio de Medio Ambiente y Agua. Recuperado a partir de <http://www.bivica.org/upload/proyectos-riego-evaluacion.pdf>
- Mosquera Navia, F. (2011). *Diseño de un modelo de planificación de cultivos para mejorar el desempeño de pequeños y medianos productores de papa en el municipio de Pasto- Departamento de Nariño*.
- Muñoz Alcaraz, A. (2016). *Productividad vs Erosión una alternativa sostenible*. Universidad de Sevilla. Recuperado a partir de https://idus.us.es/xmlui/bitstream/handle/11441/52071/TFG_AndresMuñozAlcaraz.pdf

f?sequence=1&isAllowed=y

Muñoz, R. ., Ramón Nonato, B., & Albelo, M. (2005). Modelo de programación lineal para optimizar alternativas agroproductivas en fincas del piedemonte amazónico, Universidad de la Amazonia, Colombia. *Revista Momentos de Ciencia*, 3(1), 2006. Recuperado a partir de file:///C:/Users/licam/Downloads/124-492-1-PB.pdf.

Murillo, E. B. (2017). Riesgo agropecuario. *Apthapi*, 2(2), 103-127. Recuperado a partir de <http://ojs.agro.umsa.bo/index.php/ATP/article/view/154/154>

Núñez, M., & Aspitia, M. (2013). *Manual para Desarrollar Capacidades Institucionales en la Gestión del Riesgo Agroempresarial (IICA- Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura)*. San Jose, Costa Rica: AGRIS. Recuperado a partir de <http://repiica.iica.int/docs/B3061e/B3061e.pdf>

Otero, J. (2005). Biografía de Vilfredo Pareto Publicación Especializada en Marketing Dental y Gerencia en Odontología. *Revista Virtual Odontología Ejercicio profesional*, 6(60), 1608 – 1633. Recuperado a partir de <http://www.odontomarketing.com/art188abr2005.htm>

Pacheco, J. F., & Contreras, E. (2008). *Manual metodológico de evaluación multicriterio para programas y proyectos*. (CEPAL, Ed.). Santiago de Chile. Recuperado a partir de https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/35914/1/manual58_es.pdf

Pérez, J. (2008). *Viabilidad y factibilidad para la creación de una empresa de asistencia técnica agropecuaria integral para la región de la Sabana de Bogota*. Universidad de la Salle. Recuperado a partir de <http://repository.lasalle.edu.co/bitstream/handle/10185/1171/T87.08P415p.pdf?sequence=1>

Pliego Martínez, O. A. (2012). *Programación Lineal Multiobjetivo: Análisis, técnicas y casos de aplicación*. Universidad Nacional Autonoma de México. Recuperado a partir de

- http://www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/132.248.52.100/5090/TE_SIS.pdf?sequence=1
- Prado, M. F. (2016). El Valle de la uva. Recuperado 25 de mayo de 2018, a partir de <https://www.elespectador.com/opinion/opinion/el-valle-de-la-uva-columna-634529>
- Praguer, M. M., Restrepo, J. M., Angel, D. I., Malagon, R. M., & Zamorano, A. M. (2002). *Agroecología: Una disciplina para el estudio y desarrollo de sistemas sostenibles de producción agropecuaria* (1.^a ed.). Palmira: DIPAL. Recuperado a partir de http://www.bdigital.unal.edu.co/46133/1/958809514X_Preliminares.PDF
- Ramos, A., Sánchez, P., Ferrer, J. M., Barquín, J., & Linares, P. (2010). *Modelos matemáticos de optimización* (Publicación técnica). Universidad Pontificia Comillas. https://doi.org/http://www.doi.icae.upcomillas.es/intro_simio.htm
- Renovación Sindical. (2018). Evolución histórica del salario mínimo en Colombia: Renovación sindical Antioquia. Recuperado 28 de mayo de 2018, a partir de <http://www.renovacionsindical.org/antioquia/evolucion-historica-del-salario-minimo-en-colombia>
- Reyes, O., & Oslund, F. (2014). Teoría del bienestar y el óptimo de pareto como problemas microeconómicos. *Revista Electrónica de Investigación en Ciencias Económicas*, 2(3), 217-234. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.5377/reice.v2i3.1457>
- Reyes, O., & Oslund, F. (2014). Teoría del bienestar y el óptimo de pareto como problemas microeconómicos. *Revista Electrónica de Investigación en Ciencias Económicas*, 2(3), 18. Recuperado a partir de <http://repositorio.unan.edu.ni/5648/1/55-218-1-PB.pdf>
- Rossi, M. A. (1971). *El rol de la administración rural en el desarrollo agropecuario argentino*. *Idia Inform De Invest Agr*.

- Ruz, J. . (2018). Introducción a la programación matemática. Madrid: Universidad Complutense de Madrid. Recuperado a partir de <http://www.fdi.ucm.es/profesor/jjruiz/MasterUned/Documentos en aLF/Tema 0.pdf>
- Seibane, C., & Riachi, J. (2014). Rol profesional de los ingenieros agrónomos y forestales. En *Introducción A Las Ciencias Agrarias Y Forestales, Una Primera Aproximación A La Realidad Teoría Y Metodología Para Una Mirada Problematizadora Y Crítica De Los Distintos Componentes De La Realidad Agropecuaria Y Forestal* (1.^a ed., p. 354). Recuperado a partir de http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/35589/Documento_completo.pdf?sequence=3
- Soler, S. (2013). *Programación Multiobjetivo: Caso práctico aplicado a una compañía aérea*. Unviersidad de Murcia. Recuperado a partir de <https://digitum.um.es/jspui/bitstream/10201/40606/1/TrabajoRC5.pdf>
- Swanson, E. R. (1961). Programmed solutions to practical farm problems. *Journal of Farm Economics*, 43(2), 386-392.
- Toskano, G. B. (2005). *El proceso de análisis jerárquico (AHP) como herramienta para la toma de decisiones en la selección de proveedores. Trabajo de grado (Licenciado en Investigación)*. Universidad Nacional Mayor De San Marcos. Recuperado a partir de http://sisbib.unmsm.edu.pe/bibvirtualdata/Tesis/Basic/toskano_hg/toskano_hg.pdf
- URPA. (2013). Proyecto: estudios y planificación del uso del suelo rural, con criterios sociales, económicos y ambientales, Unidad De Planificación De Tierras Rurales, Adecuación De Tierras Y Usos Agropecuarios. Recuperado a partir de www.upra.gov.co/..uso.../39499890-aa61-47b5-b2c2-98c1dccc3978
- Zunzunegui, A. (2017). *La teoría de la decisión multicriterio*. Universidad de Cantabria. Recuperado a partir de <https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/13320/ZUNZUNEGUISUA>

REZALVARO.pdf?sequence=1